

感染症流行の「加速度」を測る —伝染・隔離モデルと状態空間モデルを用いて—

里村卓也・中西正雄・中原孝信



文部科学大臣認定 共同利用・共同研究拠点

関西大学ソシオネットワーク戦略研究機構

Research Institute for Socionetwork Strategies,
Kansai University

Joint Usage / Research Center, MEXT, Japan

Suita, Osaka, 564-8680, Japan

URL: <https://www.kansai-u.ac.jp/riss/index.html>

e-mail: riss@ml.kandai.jp

tel. 06-6368-1228

fax. 06-6330-3304

感染症流行の「加速度」を測る

— 伝染・隔離モデルと状態空間モデルを用いて —

慶應義塾大学 関西学院大学 専修大学
里村卓也^{1*} 中西正雄^{**} 中原孝信^{***}

要 約

新型コロナウイルス感染流行の最初から、「実効再生産数」は新規感染者数拡大速度の指標としてしばしば言及されてきた。しかし実効再生産数は新規感染者数増加率とともに流行拡大の「加速度」の指標であると解釈できる。この論文では感染症流行の加速度を直接測定する手段として「状態空間モデル」を提案し、その測定結果と実効再生産数の推定値とを比較検討して両者の関係を明らかにした。さらに新型コロナウイルス流行に影響する様々な重要イベント（緊急事態宣言、オリンピック、GOTO キャンペーンなど）を加速度の視点から見直すことによって、様々な新しい知見が得られた。とくにワクチン接種の進行が第 5 波の急激な終息の主要原因となったことが明らかになった。

I コロナウイルス流行と実効再生産数

2020 年に始まった新型コロナウイルス（以下では COVID-19）流行の初期から、「実効再生産数」という言葉がマスメディアに頻出するようになった。一般にこの言葉は「(ウイルス) 感染者一人が何人の未感染者にウイルスを伝染させるか（つまり何人の感染者を再生産するか）」の指標という意味で使われている。この数値が 1 より高ければ感染症流行が拡大し、1 より低ければ流行は縮小する。実効再生産数を 1 以下に抑えることができれば感染症流行を終息させることができる（稲葉 2008）。感染症流行の趨勢を知るには大変重要な指標である（詳細は第 II 章で述べる）ことは疑いないが、COVID-19 流行の初期から、実効再生産数そのものより、派生的に算出される「倍加(または倍増)間隔」（ウイルス感染者数が 2 倍になる期間）を感染流行の指標として用いることが多かった。倍加間隔がより一般人に理解されやすいとされたからである。²

さらに 2020 年 3 月に COVID-19 の第 4 波が到来したころから、マスメディアでは実効再生産数より「前週からの増加率(%)」すなわち

週間平均増加率(%) = 直近 1 週間の新規感染者増加率

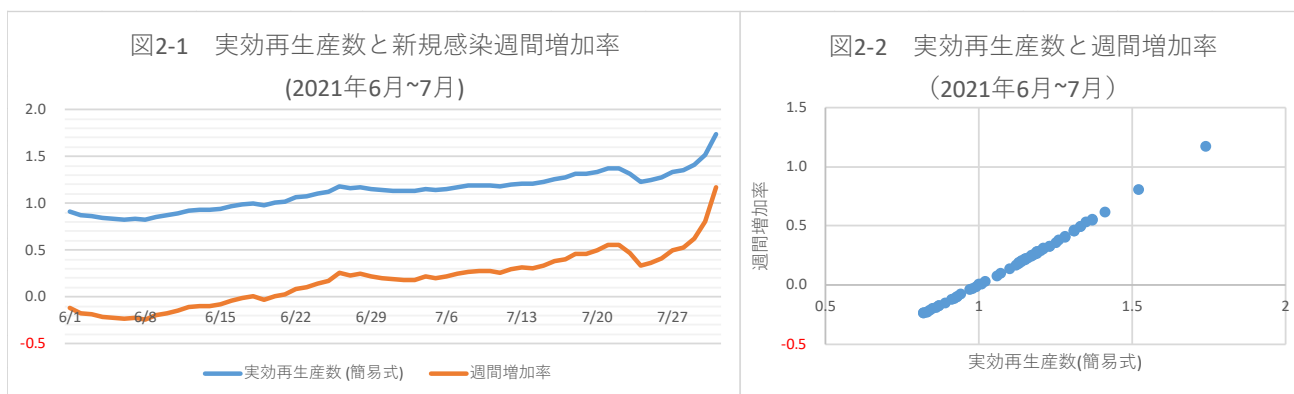
$$= 100 \times (\text{直近 1 週間の平均新規感染者数} \div \text{その直前 1 週間の平均新規感染者数} - 1)$$

¹ *慶應義塾大学商学部教授、**関西学院大学名誉教授、***専修大学商学部准教授

² 小田理一郎、「新型コロナウイルスについて考える (1) 指数関数的な成長と倍増期間」、Change Agent: News & Topics、2020 年 4 月 2 日

が用いられるようになった。週間平均増加率に関するマスメディアの関心が高いのは、聴衆・読者の理解が優先されたからである。実効再生産数が一般人に理解しにくい指標であるとは言わないが、この値が1より大きければ感染流行が拡大すると論理的には分かっているが、では今後どれほどの量的拡大が予想されるのか、直感的に理解しにくい。例えば「実効再生産数は1.3である」と聞いても、新規感染者数が来週どれほど増加するかすぐには想像できないが、「直近1週間の新感染者増加率が50%であった」と聞けば次週も今週の新規感染者数の1.5倍くらいになるのではないかと想像がつく。この分かり易さがマスメディアで主流になった理由であると思われる。

このように感染症流行の指標として、専門家は実効再生産数を、マスメディアは増加率を使う傾向があるが、実は実効再生産数は増加率と密接な関係を持っていることは意外に周知されていない。次の図は東京都における新規感染者数の「週間平均増加率」（上式）と「実効再生産数(簡易式)」³の比較である。



データ出所: 東洋経済オンライン『新型コロナウイルス 国内感染の状況』

(URL: toyokeizai.net/sp/visual/tko/covid19/)

週間平均増加率と実効再生産数(簡易式)との間にスケールの違いはあるものの、両者の変動は全く相似している。実はこの相似は当然のことで、両者の間に

$$\text{実効再生産数(簡易式)} = (1 + \text{週間平均増加率})^{5/7} \quad 4$$

という1対1の関数関係があるからである。こうした対応関係はこの二つの指標の間に限られるのではない。実効再生産数には複数の計算式が存在するが、どれも増加率と密接な関係をもっている。後に示すように実効再生産数と増加率はともに感染症流行の「加速度」の測度としての意義をもつ。

われわれは感染症流行のキーパラメーターとして新規感染者数の「加速度」に注目した。ここで加速度という概念を持ち出した理由の一つに、以下のような運動力学からの類推がある。COVID-19のみならず、どんな感染症であっても1時点における流行拡大の極大範囲を示すのは流行初期からの「累積感染者数」である。運動力学からの類推で言えば、単位期間ごとの「新規感染者数」は累

³ 京都大学大学院西浦博教授の提案による。

⁴ この式の右辺は、週単位の新規感染者数増加率を(1/7)乗することによって日単位の増加率に変換し、それを5日間の平均伝染期間（感染者が発病してから隔離されるまでの期間）を反映するために5乗したものと推察される。

積感染者数の「速度」と解釈できる。さらに類推を続ければ、新規感染者数の「加速度」も定義することができる。

われわれがわざわざ運動力学からの類推を持ち出した最も重要な理由は、「感染症流行に関連する諸『力』(疫学的、公衆衛生的、社会経済的、etc.)は、『加速度』に直接影響する」と想定されるからである。よく知られているように、運動力学では物体の運動に関わる「力」は、速度ではなく、加速度に直接作用する。公式で表すと、

$$F \propto ma \quad \text{または} \quad a \propto F/m \quad (F=\text{力} \quad m=\text{質量} \quad a=\text{加速度})$$

となる。加速度 a は F に比例し、 m に反比例して増減する。

感染症流行に関わる諸要因の中で F (=力) の要素として最も重要なのは、病原体そのもののもつ感染力であろう。また人々の相互接触(いわゆる3密)の程度に影響する諸施策(たとえば都市のロックダウン、オリンピック等大きな行事の開催、GOTO キャンペーンなど)も F の要素と考えられる。それに対し m (=質量) は感染症流行に対する「慣性(inertia)」を表わすので、公衆衛生施設・設備の整備度、個人の衛生意識、医療体制の適切性などがその要素と考えられよう。これらの程度が高ければ m は大きくなり、加速度はそれに反比例して減少する。

もちろん単に運動力学からの類推で感染症流行における F と m とを明確に分離・規定できるわけではない。たとえば都市ロックダウンを F の要因とするか、 m の要因とするかは議論の分かれるところであろう。以下では (F/m) を一括して a に影響する「諸力」と定義する。関連諸力が新規感染者数(すなわち速度)でなく、「加速度に直接影響する」と仮定して分析を行うことによって、後に見られるように政府・地方自治体の実施した様々な施策(緊急事態宣言、まん延防止措置など)の有効性に関して新たな知見が得られる。

以上のような問題意識を受けて、本論文の構成は以下のとおりである。

- (1) 感染症流行のモデルとして有名な SIR モデル (Cf. 西浦、稲葉 2006) を拡張した「伝染・隔離」モデル (中西 2020) にもとづいて感染者数の「加速度」を規定し、感染流行拡大・縮小の数値基準としての意義を明確化する。
- (2) 伝染・隔離モデルにもとづいて「PCR 検査陽性確認者数」を「新規隔離者数」と定義し、感染の「加速度」の測定に必要なデータとして用いる。
- (3) 感染加速度を測定する方法として状態空間モデルを提案する。状態空間モデルは新規隔離者数の「潜在状態(速度に相当)」と「加速度」の両方をパラメーターではなく状態として扱い、同時に測定できるという利点を持っている。
- (4) 複数の方法で実効再生産数を算出し、状態空間モデルによる加速度の測定値との関連性を検討する。
- (5) 感染加速度の利用法として、①短期予測と、②感染流行への影響諸力の診断とを提案・検討する。とくに後者では緊急事態宣言、オリンピック、GOTO キャンペーンなどコロナウィルス流行に関わる諸イベントの影響力について考察する。またワクチン接種の効果についても加速度の見地から考察を行う。

II 感染症流行の「加速度」の規定

SIR モデルと実効再生産数

「実効再生産数」は「一人の感染者が次期以降に何人の感染者を再生産するか」を示す指標として使われているが、この概念は元来 SIR モデルについて定義された「基本再生産数」（以下では R_0 ）と混同されることが多い。

$$\text{基本再生産数}(R_0) = S_0 \times \text{感染率}(\beta) / \text{治癒(隔離)率}(\gamma)$$

R_0 は「(全ての個体が初期に感受性を有する状態で) 1 人の初期感染者が単位時間あたり生産する 2 次感染者数」(稲葉、2008) を意味する。上式で S_0 は感染初期の対象人口であり、感染率(β)は一人の感染者が 1 期間に何人の未感染者を感染させるかを、 $1 / \text{治癒(隔離)率}(\gamma)$ は感染者が感染状態にとどまる「平均期間」⁵を示している。 β と γ はそれぞれの疫病に固有の数値と考えられており、 R_0 が 1 より小さければこの疫病は流行しないかもしくは発生してもすぐに終息に向かい、大流行にはならない。逆に R_0 が 1 より大であると疫病は拡大を続ける。

このように R_0 は重要な意味を持つが、その定義から明らかなように、 R_0 の真の値は疫病が終息した後にしか測定できない。インフルエンザや麻疹・水痘など繰り返し発生する疫病について過去に測定された R_0 値が有用であることは明らかだが、現在進行中の（とくに新型の）感染症の状況判断にあたってはあまり有用ではない。

これに対し、感染状況の推移を判断するにあたって有効と考えられているのが実効再生産数（以下では R_t ）⁶である。これは「(ある時刻 t における、一定の対策下での) 1 人の感染者による 2 次感染者数」を意味する概念であり（西浦・稲葉 2006）、次式であたえられる。

$$\text{実効再生産数 } {}_t(R_t) = \text{未感染者数 } {}_t(S_{t-1}) \times \text{感染率}(\beta) / \text{治癒(隔離)率}(\gamma)$$

この式を使うには感染率と治癒(隔離)率との知識のほかに、未感染者数 ($S_{t-1} = N - \text{既感染者総数}$ 。 N は人口総数)を知る必要がある。もとより COVID-19 のような新たな感染症の場合には β と γ の真の値は知られていない。さらにコロナウイルス流行の場合、感染者数の代わりに実際に入手可能なのは PCR 検査による「新規陽性確認者数」であり、これを流行の始めから累積しても既感染者総数にはならないから上式の S_{t-1} の算出に利用できない。実際には種々の要因を勘案して実効再生産数を計算するので、簡易式以外にも後述するようないくつかの計算式が存在している。

「伝染・隔離」モデルと実効再生産数の推定

以下の議論を明瞭にするためにこの論文で使用する「伝染・隔離」モデルの概要を述べる。 $X_{1,t}$ 、 $X_{2,t}$ 、 $X_{3,t}$ 、 $X_{4,t}$ 、 $X_{5,t}$ をそれぞれ未感染、伝染、隔離、治癒、死亡の状態にいる人々の全人口中比率 ($\sum_{i=1}^5 X_{i,t} = 1$) と規定する。伝染・隔離モデルの遷移行列は次のように規定される。

⁵ 感染状態から治癒(隔離)状態への移行時間に指数分布を仮定している。

⁶ R_t は effective reproduction number と呼ばれているが、他の文献 (Cf. Cori et al. 2013) では case reproduction number とも呼ばれている。

表1 伝染・隔離モデルの遷移行列

States	$X_{1,t}$	$X_{2,t}$	$X_{3,t}$	$X_{4,t}$	$X_{5,t}$
$X_{1,t-1}$	π_{11}	π_{12}	0	0	0
$X_{2,t-1}$	0	π_{22}	π_{23}	π_{24}	π_{25}
$X_{3,t-1}$	0	0	π_{33}	π_{34}	π_{35}
$X_{4,t-1}$	0	0	0	1	0
$X_{5,t-1}$	0	0	0	0	1

以下では「 π_{12} は $X_{2,t-1}$ の関数であり、 $X_{2,t-1}$ が変化するにつれて π_{12} も変化する」と仮定する。

$$\pi_{12,t} = \lambda X_{2,t-1}$$

感染率 (λ) はこのモデルのキーパラメーターの一つである。

伝染・隔離モデルの最大の特徴は、SIR モデルの感染状態 (I_t) を「感染力を保持した伝染状態 ($X_{2,t}$)」と「感染力を持たない隔離状態 ($X_{3,t}$)」とに分割した点にある。COVID-19 の場合、分割の基準は PCR 検査もしくは抗体検査である。この分割によって日々公表される新規感染者数 (= 検査陽性確認者数) を「新規隔離者数」として定義できる。

SIR モデルの類推から「伝染・隔離モデル」の実効再生産数は次式で与えられる。

$$R_t = X_{1,t-1} \lambda / \pi_{2*}$$

ここで $\pi_{2*} = \pi_{23} + \pi_{24} + \pi_{25}$ である。しかしこの式をそのまま使って実効再生産数 R_t を計算できるわけではない。新型の疫病の場合、パラメーター λ や π_{2*} は既知でないし、 $X_{1,t-1}$ も疫病流行が進むにつれて変化するからである。しかし後述するように「伝染・隔離」モデルには SIR モデルにはない特徴があり、それを利用して λ 、 π_{2*} 等を直接測定しなくとも R_t を推定することができる。

「伝染・隔離」モデルの t 期における新規隔離者比率は $t-1$ 期の伝染者比率 ($X_{2,t-1}$) に**隔離率** (表 1 の π_{23}) を掛けて算出する。

$$(1) \quad \text{新規隔離者比率}_t = \pi_{23} X_{2,t-1}$$

今回のコロナウィルス流行の場合、毎日地方自治体から報告される「新規陽性確認者数」は、実はこの新規隔離者比率 t に全人口数 N をかけたものに相当する。

このことは強調しておきたい。SIR モデルの原型では検査にもとづく隔離状態を規定していないため、新規陽性確認者数は単に「発生件数 (incidences or cases)」として扱われ、新規感染者数でないことを承知の上でその**代替値**として用いられてきた。この手続きの問題は新規陽性確認者数を感染症流行の始めから積算しても、累積感染者数にはならない点である。発症者の大部分が感染後に PCR 検査を受診したと仮定しても、累積感染者数の代替値としては不十分である。

しかし「伝染・隔離」モデルでは新規隔離者比率 (= 新規陽性確認者数比率) は明示的に (1) 式で与えられる。また t 期における伝染者比率の増分 ($\Delta X_{2,t}$) は

$$(2) \quad \Delta X_{2,t} = (\lambda X_{2,t-1}) X_{1,t-1} - \pi_{2*} X_{2,t-1} = (\lambda X_{1,t-1} - \pi_{2*}) X_{2,t-1}$$

と整理できて、次の定差式が得られる。

$$(3) \quad X_{2,t} = (1 + \alpha_t) X_{2,t-1} \quad ^7$$

ここで $\alpha_t = (\lambda X_{1,t-1} - \pi_{2^*})$ は新規感染者数の「t期の平均増加率」である。また t 期における $X_{2,t}$ の平均加速度は

$$\Delta X_{2,t} = \alpha_t X_{2,t-1}$$

と書ける。その要素である α_t と $X_{2,t-1}$ とのうち、t 期に生起する 様々な外的要因の影響を受けるのは α_t であるという意味で、 α_t を「加速度パラメーター」と呼び、以下の分析における中心的パラメーターとする。

加速度パラメーター α_t は感染症流行の全期間を通じて一定ではない。その要素である感染率 λ と隔離率 π_{23} は様々な外的要因によって変化する。感染率が対象人口 $X_{2,t}$ の社会的風習や衛生管理によって大きく左右されることは、2020 年以降の COVID-19 の流行によって強調されることとなった。隔離率も検査体制や、検査で陽性と判明した後の医療体制の充実度によって異なってくる。この論文では、 λ と π_{2^*} とは時間的に変動するものとし、

$$\alpha_t = (\lambda_t X_{1,t-1} - \pi_{2^*,t})$$

と規定する。この規定は後に外的要因による α_t の時間的変化を検出するのに利用する。

次に t 期の新規隔離者数 (= 新規陽性確認者数) を y_t と表すと、(1)式から $y_t = N\pi_{23,t} X_{2,t-1}$ であるから、 $\pi_{23,t}/\pi_{23,t-1} \approx 1$ との仮定⁸のもとに(3)式は

$$(4) \quad y_t \cong (1 + \alpha_t) y_{t-1}$$

となる。以下ではこの定差式を用いて状態空間モデルによる加速度パラメーター α_t の推定を行う。

伝染・隔離モデルのパラメーターと実効再生産数の関係

ここで実効再生産数と伝染・隔離モデルのパラメーター群との関係を明らかにしておこう。すでに述べたようにこのモデルにおける実効再生産数 (R_t) は

$$R_t = \lambda_t X_{1,t-1} / \pi_{2^*,t}$$

であり、次の関係が得られる。

$$(5) \quad R_t = (\lambda_t X_{1,t-1} - \pi_{2^*,t} + \pi_{2^*,t}) / \pi_{2^*,t} = \alpha_t / \pi_{2^*,t} + 1$$

この式から

$\lambda_t X_{1,t-1} < \pi_{2^*,t}$ ならば $\alpha_t < 0$ であり、 R_t は 1 より低くなる

$\lambda_t X_{1,t-1} > \pi_{2^*,t}$ ならば $\alpha_t > 0$ であり、 R_t は 1 より高くなる

したがって R_t を直接測定できなくても、 α_t を測定することにより疫病流行の趨勢を知ることができる。付け加えれば、 $\pi_{2^*,t} (= \pi_{23} + \pi_{24} + \pi_{25})$ が時間的に安定であるか、またはなんらかの方法で独立に測定可能なら、(5)式により α_t の測定値から R_t を推定することも可能であり、その逆に R_t の測定値から α_t の推定も可能である。この点については後に IV 章で触れる。

⁷ 定差方程式(3)の解は $X_{2,t} = \prod_{i=1}^t (1 + \alpha_i) X_{2,0}$ ($X_{2,0}$ は初期値) であたえられる。

⁸ この仮定は $\pi_{23,t}$ が時間的に比較的安定であることを前提にしている。IV章でこの前提も検証する。

III 状態空間モデルによる感染「加速度」パラメターの推定

状態空間モデルの構築

この章では状態空間モデルによって時変パラメターとして加速度パラメター α_t を推定する方法を検討する。前章で定義した伝染・隔離モデルは、ほぼそのままの構造の形で状態空間モデルとして表現することができるため、伝染・隔離モデルのパラメター推定に状態空間モデルを利用することは利点が多いといえる。

まず、 r_t を $\pi_{23,t}$ の1週間幾何平均、すなわち

$$r_t = (\pi_{23,t-6} \times \cdots \times \pi_{23,t})^{1/7}$$

として定義しておく。

全人口数を N として式(3)の両辺に $r_t N$ をかけ、1日では隔離率の1週間幾何平均 r_t に大きな変化はないと考えて $r_t \approx r_{t-1}$ を仮定すると

$$(6) \quad X_{2,t} r_t N = (1 + \alpha_t) X_{2,t-1} r_t N \approx (1 + \alpha_t) X_{2,t-1} r_{t-1} N$$

となる。ここで

$$\mu_t = \log(X_{2,t} r_t N), \quad g_{t-1} = \log(1 + \alpha_t)$$

とする。 μ_t は隔離率を1週間幾何平均とした場合の時点 t での新規陽性確認者数の自然対数であり、観測することができない「潜在的な状態」であると考えられる。また g_t を上のように定義する。

式(6)の両辺の自然対数をとって平均0、分散 σ_μ^2 の正規分布に従う白色雑音 ε_t^μ を加えて

$$(7) \quad \mu_t = \mu_{t-1} + g_{t-1} + \varepsilon_t^\mu$$

とすることができる。式(7)は潜在的な状態 μ_t は前日の潜在的な状態 μ_{t-1} と時変トレンド g_{t-1} によって決まると解釈できる。このように、状態方程式においては g_t は時変パラメターではなく、時変トレンドとなる。 g_t の時間変化については平均0、分散 σ_g^2 の正規分布に従う白色雑音 ε_t^g を考えて

$$(8) \quad g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g$$

としておく。

次に新規陽性確認者数 y_t はII章で定義したように

$$y_t = \pi_{23,t} X_{2,t-1} N = \frac{\pi_{23,t}}{r_t} X_{2,t-1} r_t N$$

である。ここで週日の影響を示す周期成分を

$$w_t = \log(\pi_{23,t}) - \log(r_t)$$

とすると、上で定義した y_t と式(3)から

$$(8) \quad \log(y_t) = w_t + \mu_t + \varepsilon_t^y$$

となる。なお式(8)には平均0、分散 σ_y^2 の正規分布に従う白色雑音 ε_t^y を加えている。

さて1週間では幾何平均 r_t に大きな変化はないと考え $r_t \approx r_{t-1} \approx \cdots \approx r_{t-5} \approx r_{t-6}$ を仮定すると

$$\sum_{j=t-6}^t w_j = \sum_{j=t-6}^t \{ \log(\pi_{23,t}) - \log(r_t) \} \approx \log(\pi_{23,t-6} \cdots \pi_{23,t}) - 7 \times \log(r_t) = 0$$

である。 w_t は時点 t での隔離率を週幾何平均の隔離率で基準化したものの自然対数であり、 w_t の1週間

の合計は、おおよそ 0 になることがわかる。このように w_t は 1 週間単位での周期成分を表している。

以上をまとめると伝染・隔離モデルを以下のように状態空間モデルとして表現することができる。

表 2 状態空間モデルの規定

$$\begin{aligned} \log(y_t) &= \mu_t + w_t + \varepsilon_t^y \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + g_{t-1} + \varepsilon_t^\mu \\ g_t &= g_{t-1} + \varepsilon_t^g \\ w_t &= - \sum_{j=t-6}^{t-1} w_j + \varepsilon_t^w \\ \varepsilon_t^y &\sim N(0, \sigma_y^2), \varepsilon_t^\mu \sim N(0, \sigma_\mu^2), \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2), \varepsilon_t^w \sim N(0, \sigma_w^2) \end{aligned}$$

われわれが提案した伝染・隔離モデルは、状態空間モデルとしてみると、1 行目は観測方程式となっていることがわかる。新規隔離（陽性確認）者数の自然対数である $\log(y_t)$ は、状態空間 μ_t を周期成分 w_t を通して観測していることになる。なお w_t には平均 0、分散 σ_w^2 の正規分布に従う白色雑音 ε_t^w を加えている。状態空間 g_t はランダムウォークモデルとして定義されており局所的にはほぼ一定の値をとる。したがって状態空間 μ_t はローカルトレンドモデルとなっており、 g_t はトレンド（短時間の傾き）である。ローカルトレンドモデルを用いることでトレンド g_t の変化をうまくとることができる。周期成分 w_t は 1 週間の周期である。

このように、状態空間モデルは伝染・隔離モデルに対応していることがわかる。観測される y_t から状態 $\{g_t, \mu_t, w_t\}$ を求めることができ、さらに $\exp(g_{t-1}) = 1 + \alpha_t$ であるから、 g_{t-1} を測定すれば、 α_t を測定することができる。

このモデルは線形・ガウス型状態空間モデルであり次のように表現することができる。

$$\begin{aligned} x_t &= Fx_{t-1} + Gu_t \\ \log(y_t) &= Hx_t + v_t \\ F &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & -1 & \cdots & -1 & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix} & G &= \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & & & & & 1 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \vdots \end{pmatrix} \\ H &= (1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0) \\ x_t &= (\mu_t \quad g_t \quad w_t \quad w_{t-1} \quad \cdots \quad w_{t-5})' \\ u_t &\sim N(0, \text{diag}(\sigma_\mu^2, \sigma_g^2, \sigma_w^2)) \quad v_t \sim N(0, \sigma_y^2) \end{aligned}$$

このように伝染・隔離モデルは典型的な線形・ガウス型状態空間モデルである。未知パラメーター $\{\sigma_y^2, \sigma_\mu^2, \sigma_g^2, \sigma_w^2\}$ については最尤推定法により推定を行い、状態 $\{g_t, \mu_t, w_t\}$ についてはカルマンフィルタを利用して推定を行った (Petris et al. 2009)。

なお状態空間モデルを利用した SIR モデルやそれを発展させたものもいくつかある。Kobayashi, et al. (2020) では SIR モデルに状態空間モデルを適用して、固定パラメーターで推定を行っている。

Zhou and Yuan(2020)では時変パラメーターによる状態空間モデルである。彼らは中西（2020）と同じく、陽性者の中で陽性確認された検査済み陽性者と未検査陽性者に分けたモデル化を行っている。ただし彼らのモデルでは検査済み陽性者も他者へ感染させるモデルとなっている。これらに対して、本論文のモデルの特徴は、感染拡大の加速度をパラメーターではなく、状態として扱い、カルマンフィルタを利用した推定を行える点にある。

状態空間モデルの推定結果

新規隔離者数（＝陽性確認新規者数）のデータは「新型コロナ関連の情報提供:NHK」⁹に掲載されている全国のデータを利用する。各データは各自治体や公的機関の発表数値を基に NHK がまとめたものである。データ期間については、新規隔離者数から開始日を 2020 年 2 月 1 日、終了日は 2021 年 10 月 30 日とした。

附録図 1 は全国の新規隔離（陽性確認者数）の推移である。新規陽性確認者数には週単位での周期があるようにみられる。これを確かめるため、各データでのピリオドグラムを算出した（附録図 2）。ピリオドグラムにより周波数領域での特徴をつかむことが容易になる。ピリオドグラムをみると 7 日のあたりにピークがあり、1 週間の周期があることがわかる。さらに、その整数倍の周波数である 2 分の 7 日、4 分の 7 日のあたりにもピークがある。本論で定式化した状態空間モデルは 1 週間の周期を想定していたが、データからも 1 週間の周期があると想定することは妥当であることがわかる。

モデルの推定はカルマンフィルタを利用した。推定では新規感染報告者数の自然対数を観測値として利用している。新規感染者数がゼロの日は、対数を計算できないため、特定の値を代入せずに欠損値として扱い推定を行った。推定には R パッケージの dlm ライブラリ（Petris et al. 2009, Petris 2010）を利用した。



図 3 - 1 は全国レベルの 1 日あたり新規隔離者数と状態空間モデルによる潜在状態推定値 $\exp(\mu)$ を示している。両者の相関は高い ($r=0.983$)。

⁹ 「新型コロナ関連の情報提供:NHK」 <https://www3.nhk.or.jp/news/special/coronavirus/> 2021 年 11 月 21 日アクセス

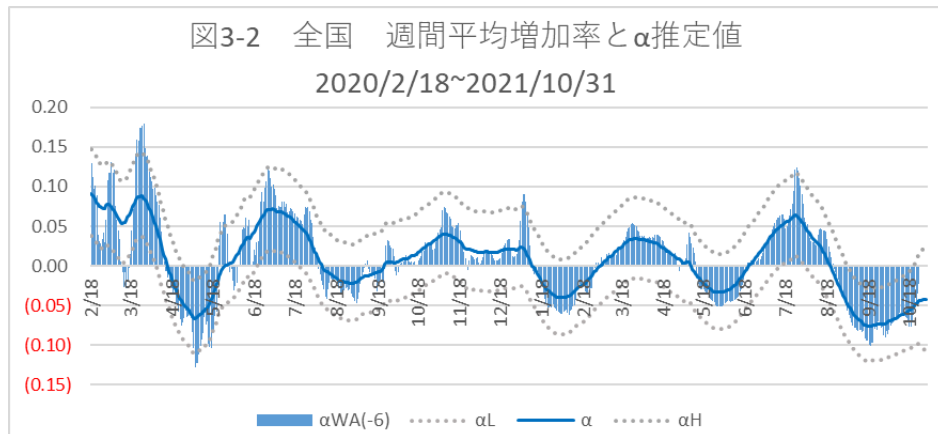


図3-2は週間平均増加率 α_{WA} と推定された加速度パラメーター α_{est} とを示している。(週間平均増加率は6日間backdateされている。)週間平均増加率は α_{est} 推定値の95%信頼区間にほぼ含まれていて(93.7%)、両者のピークと谷もほぼ合致している。両者が独立に推定されたことを考えればどちらも加速度の指標として利用可能と考えられる。

附録図3は1日あたりの新規感染報告者数の予測値と観測値である。予測値はカルマンフィルタリングでの一期先予測分布の平均とした。フィルタリングでは期間の開始部分は状態空間の推定値を得るための情報が少なく不安定であるため、データ期間の最初の14日間は予測値として利用していない。予測値は週変動とトレンドの変化を反映したものである。観測値と予測値における平均絶対偏差(Mean Absolute Percentage Error; MAPE)は14.6%であった。ただし、観測値がゼロの場合はMAPEを計算できないために、計算からは除外した。附録図4は新規感染報告者数の自然対数の予測値と観測値である。

附録図5は g_t から加速度パラメーター α_t を計算したものである。 $1+\alpha_t$ は1日あたりの増加倍率である。 $\alpha_t=0.051$ の場合に2週間で新規陽性確認者数は2倍になる。増加率が1を超える日数は、60.3%(639日中385日)であった。このように感染が拡大している日が期間中は6割を超えていることがわかる。

附録図6は w_t の推定値である。 w_t は全期間の観測データを利用した平滑化後の値である。7日間の周期があることがわかる。1週間の中でも特定の曜日において特に隔離率が低くなっていることを示している。

IV 実効再生産数の推定と加速度指標との比較

実効再生産数の推定には既にいくつか実用化している推定方法があるが、本論文では、次の①と②の方法により実効再生産数を実際に計算して、状態空間モデルによる加速度の推定値と比較検討する。

- ① 実効再生産数(簡易式) = (今週の隔離者数平均値/先週の隔離者数平均値)^(5/7)
- ② Cori et al.(2013)の方法

簡易式による実効再生産数推定値を以下では $R_{\text{simple},t}$ 、Cori et al.による推定値を以下では $R_{\text{Cori},t}$ と書くことにしよう。なお状態空間モデルによる加速度パラメーター α の推定値は以下で $\alpha_{\text{est},t}$ と書くことにする。また次式で与えられる週間平均増加率（以下では $\alpha_{\text{WA},t}$ 。WA は Weekly Average の略）も比較の対象とする。

$$\alpha_{\text{WA},t} = (y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-6}) / (y_{t-7} + y_{t-8} + \dots + y_{t-13})$$

次表は本論文で比較される加速度指標の一覧である。

表3 比較のための実効再生産数と加速度測定値

$R_{\text{simple},t}$ = 簡易式による実効再生産数 $R_{\text{Cori},t}$ = Cori et al.の方法による実効再生産数 $\alpha_{\text{WA},t}$ = 週間平均増加率 $\alpha_{\text{est},t}$ = 状態空間モデルによる α の推定値

$\alpha_{\text{WA},t}$ は $R_{\text{simple},t}$ と 1 対 1 の関数関係にあることはすでに述べた。また $\alpha_{\text{est},t}$ と $\alpha_{\text{WA},t}$ との比較はIII章 (図 3-2)で行ったので、以下ではそれ以外の加速度指標の組み合わせについて関連を検討する。

Cori et al.の方法による実効再生産数の推定

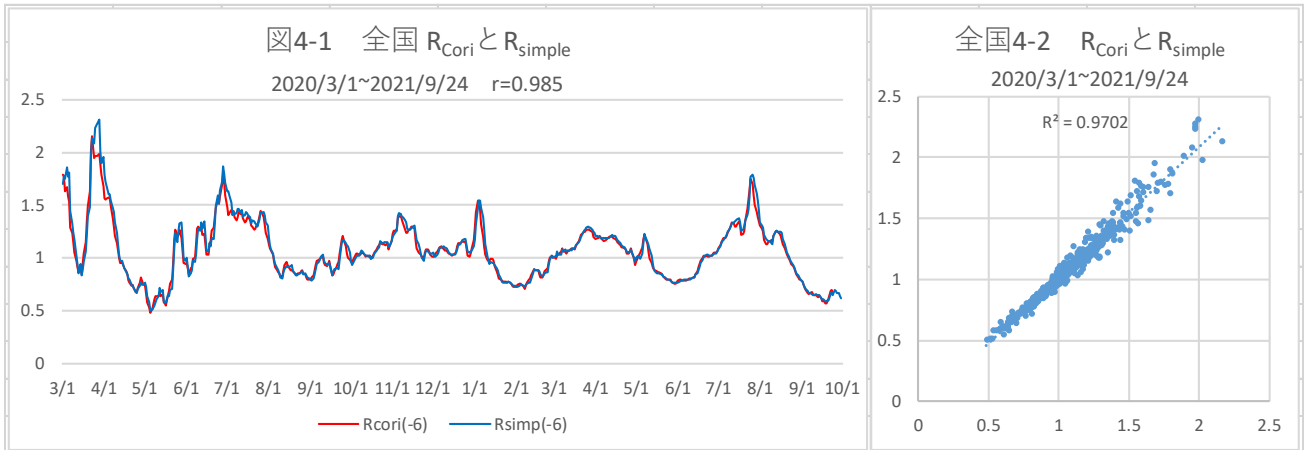
Cori et al.(2013)の実効再生産数($R_{\text{Cori},t}$)は、各感染者が t 時点での条件のままであれば感染させるであろう二次感染者の平均数を表している。それは、時間ステップ t で発生した新規感染数 I_t と、時間ステップ $t-1$ までの感染発生率の総和 $\sum_{s=1}^t I_{t-s} w_s$ で与えられ、時間 t での感染者の総感染力を感染力関数 w_s で重み付けした比率で推定している。ただし、確率分布 w_s は、感染してからの時間 s に依存し、暦時間 t には依存しないと仮定している。

$R_{\text{Cori},t}$ の計算は、ベイズ統計的推論を用いており、Cori et al.(2013)で提供されている R パッケージ EpiEstim を利用した。 $R_{\text{Cori},t}$ を計算するには、感染症の発症日のデータと、COVID19 を特徴付ける量として、感染する個体と感染させる個体の発症日の間隔である serial interval の分布に関する情報が必要である。そこで、分布に関する情報として、Nishiura et al.(2020)によって報告されている発症間隔の平均を 4.8 日、標準偏差を 2.3 日として計算を行った。

Cori et al.の実効再生産数と実効再生産数(簡易式)の比較

まずCori et al.(2013)の実効再生産数(R_{Cori})と実効再生産数(簡易式)(R_{simple})とを比較する。図4-1と図4-2は全国レベルの新規隔離者数 (=陽性確認者数) データから計算した R_{Cori} と Toyokeizai.net が毎日報告している R_{simple} ¹⁰ とを比較したものである。

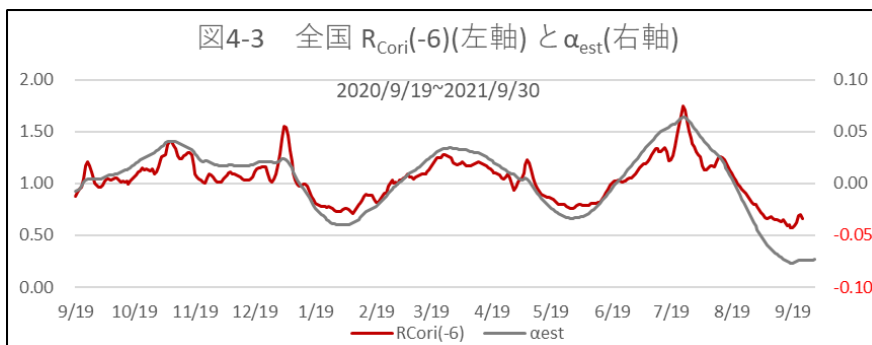
¹⁰ 東洋経済 online 「新型コロナウイルス国内感染の状況」2020～21 年より転用。



多少の差があるとはいえ、両者の相関は非常に高い ($r=0.985$)。実務的にはほとんど同じ測度として取り扱ってもよいだろう。

Cori et al.の実効再生産数と状態空間モデルによる α 推定値の比較

図4-3は R_{Cori} との推定値と α_{est} の推定値とを比較したものである。この図の $R_{Cori}(-6)$ は R_{Cori} を6日間backdateした(すなわち $t=0$ で計算された R_{Cori} の値を $t-6$ へ移動した)時系列である。¹¹



両者がいずれも加速度の測度であるなら、少なくとも新規隔離者数(すなわち速度)の増減に関して同じ方向に向いて動かなければならない。上図に見るように、二つのグラフのピーク(凸)とトラフ(凹)が合致していて、 α_{est} が0のとき R_{Cori} は1であり、 α_{est} が0より大きく(小さく)なるとき、 R_{Cori} は1より大きい(小さい)値をとる。新規隔離者数の極値に関して同じ挙動をするということは、 α_{est} と R_{Cori} がともに加速度の指標であることを示している。

パラメータ π_{2*} の推定

もし R_t と α_t の測定値が独立に得られれば、回帰分析で $\pi_{2*,t}$ を測定できることはすでに述べた。伝染・隔離モデルの実効再生産数は(5)式(次式)であたえられる。

$$R_t = \lambda_t X_{1t-1} / \pi_{2*} = \alpha_t / \pi_{2*} + 1$$

この式から $\alpha_t = \pi_{2*}(R_t - 1)$ が導かれる。ここでは R_{Cori} と α_{est} を用いて単純回帰(切片=0)を行い、 π_{2*}

¹¹ Backdatingが必要なのはCori et al.の推定方法と状態空間モデルの推定方法とではデータの処理上6日間のずれが生じるからである。

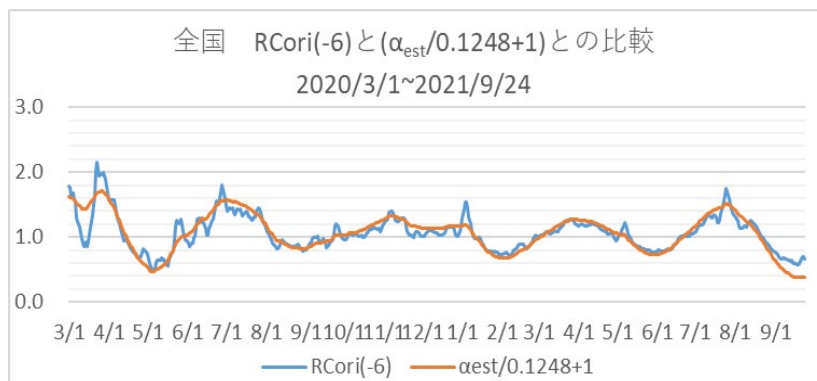
を推定した。全国レベルデータを用い、第1波から第5波の上昇期と下降期に分けて推定を行っている。

表4 π_2^* の推定値

流行の波	第1波		第2波		第3波		第4波		第5波	
	上昇期	下降期	上昇期	下降期	上昇期	下降期	上昇期	下降期	上昇期	下降期
始点	3/1~	4/15~	5/27~	8/8~	9/23~	1/11~	3/3~	5/9~	6/21~	8/21~
π_2^*	0.101	0.136	0.131	0.109	0.106	0.152	0.141	0.142	0.129	0.197

推定値はすべて $p < 0.001$ 水準で統計的に有意であった。第5波の下降期を除いて π_2^* 推定値は比較的安定的で、上昇期と下降期の間とくに目立った違いは見られない。第1波から第5波を通した全期の π_2^* 推定値は0.1248であった。このことは伝染状態における滞留期間（伝染力を維持する期間）の平均値はほぼ8日間であったことを示している。

もし π_2^* が全期を通じて安定的であれば α の推定値から実効再生産数を推定することも可能であることはすでに指摘した。次図は R_{Cori} と $\left(\frac{\alpha_{est}}{0.1248} + 1\right)$ とを比較したものである。



両者の相関($r = 0.928$)はかなり高く、 $\left(\frac{\alpha_{est}}{0.1248} + 1\right)$ の値は R_{Cori} を平滑した傾向値と見なせるだろう。

以上の比較結果を総合すると、伝染・隔離モデルの加速度パラメーター α_t と実効再生産数 R_t との密接な関係は明らかである。実効再生産数は加速度パラメーター α_t を変形した指標であると言ってもよいであろう。次章では加速度指標の応用について検討するが、当然 α_t と実効再生産数のいずれを用いても同様の検討ができることも指摘しておきたい。

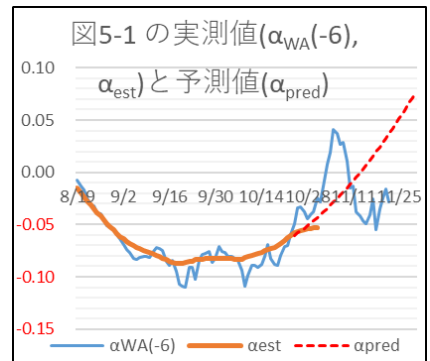
V 感染加速度指標の応用

ここでは感染症流行に際して加速度指標（ α_t または実効再生産数）の測定値をどのように利用できるかを検討する。利用方法は少なくとも二つある。

- ・短期予測への利用
- ・感染症流行に関わる諸要因の影響力診断

加速度指標の応用: 短期予測

加速度パラメーター α_t の推定値が得られた場合、外挿法による短期予測は2段階となる。第1段階では α_t の傾向値を直線的(または曲線的)に外挿し、第2段階ではその予測値をもとに y_t (=新規隔離者数) の予測値を算出する。左図は α_t の推定値(この場合は α_{WA})に時間を独立変数として二次曲線を当てはめ、それを5週間外挿した例である。



第2段階で新規隔離者数を予測するには、予測期間については

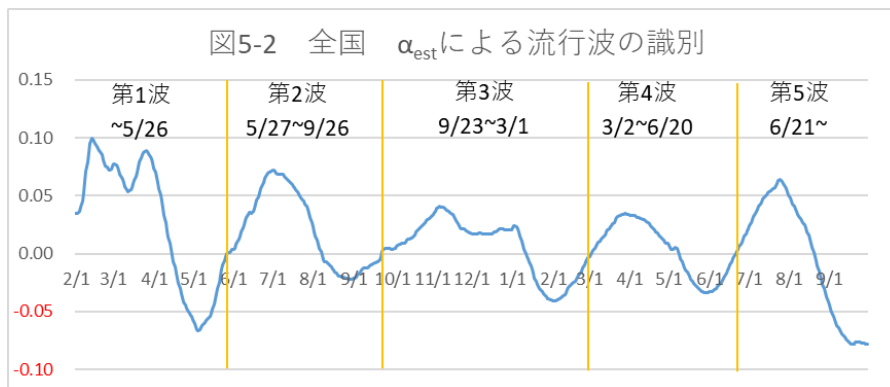
$$y_t = \prod_{i=1}^t (1 + \alpha_i) y_0$$

と計算する(ここで y_0 は新規隔離者数の最新値)。

残念ながらこの方法では従来の新規隔離者数にもとづく短期予測に比べて格段の向上があるとは言えない。第1段階で α_t の傾向値を外挿する際に、将来の変曲点を予測することができないからである。上の図では9月30日前後に $\alpha_{WA}(6)$ の局所最小値を含んでいるためにその後の α_t の上昇を予想できたが、11月11日以降の変化についてはうまく予測ができていないと言えない。単純な外挿予測では予測期間中に生じるかもしれない急激な変曲点を予知することはできないのである。

しかしたとえ外挿予測法の改善に有効でなくとも、新規隔離者数の予測にあたって α_t の変動を見ることによって得られる知見は重要である。

- COVID-19にかぎらず感染症流行の一つの「波」は新規隔離者数を見ているかぎりではなかなか識別できないが、加速度視点なら α_t が減少して0となった点と次にまた α_t が減少して0となった点との間であると定義できる。次の図は状態空間モデルによる全国レベルの α 推定値(以下では α_{est}) から、今回のコロナウイルス流行の波を識別したものである。



- とくに新規隔離者数の波がいつピークアウト(またはボトムアウト)するかについて、加速度指標は有用な情報をあたえる。新規隔離者数は $\alpha_t = 0$ のとき極大値をとる(すなわちピークアウトする)が、その前にまず α_t 値が極大値をとらねばならないことは当然である。図5-2で見ると、 α_t 値は0になる(つまり新規隔離者数が極大になる)3週間から6週間前に極大に達し、その後着実に0に向かって減少するかどうか判断の決め手になることが分かる。ピークアウトの時期を予測するのにこの情報が重要であることは言うまでもない。この意味で、容易

に計算できる加速度指標（週間平均増加率や実効再生産数の簡易式）も新規隔離者数の先行指標として実務上かなり有用であろう。

これ以外にも新規感染者数の推移のみを見ていたのでは分からないような小規模な変動（たとえば連休やハロウィーンの影響）を察知することができるという意味で、予測にあたっては加速度指標からの情報は重要である。

加速度指標の応用：感染症流行への影響力の診断

既に述べたように、これまでは感染者数流行の傾向を判断するのに、新規感染者数の推移のみに注目したのでは正しい診断ができないことが分かってきた。以下はその実例として、COVID-19に関する緊急事態宣言の有効性を診断しよう。

なお加速度の測度（実効再生産数を含む）を疫病流行に関わる影響要因の診断に用いる際、新規隔離者数（＝新規陽性確認者数）は少なくとも一週間から10日前の感染者数の写像であることを理解しておかねばならない。COVID-19の場合、感染から発症まで一週間から10日かかるとされているが、他人に伝染するのは発症の2日前くらいからと言われている。発症してから検査、陽性確認、隔離に至るまでの期間は5日から1週間だとすれば、感染者が伝染者として存在するのは1週間から10日と見るのが妥当であろう。これが「新規隔離者数は1週間から10日前の感染者数の写像である」という根拠である。感染者が発症してから隔離を終わるまでの期間を「隔離ラグ」とよぶことにすると、この隔離ラグのためにCOVID-19に影響する諸力は加速度が測定された日付の1週間から10日以前にインパクトを与えていると理解すべきであろう。

緊急事態宣言はこれまで（2021年8月末現在）4回発出されている。

- 第1次 2020年4月7日～5月25日
- 第2次 2021年1月7日～3月21日
- 第3次 2021年4月25日～6月20日
- 第4次 2021年7月12日～9月20日

ここでは2021年の第2次から第4次宣言を取り上げる。

次図は2020年9月19日から2021年10月末までの11ヶ月間の全国における新規隔離者数（＝新規陽性確認者数）の推移を示している。この間に第2次から第4次緊急事態宣言の期間が含まれている。

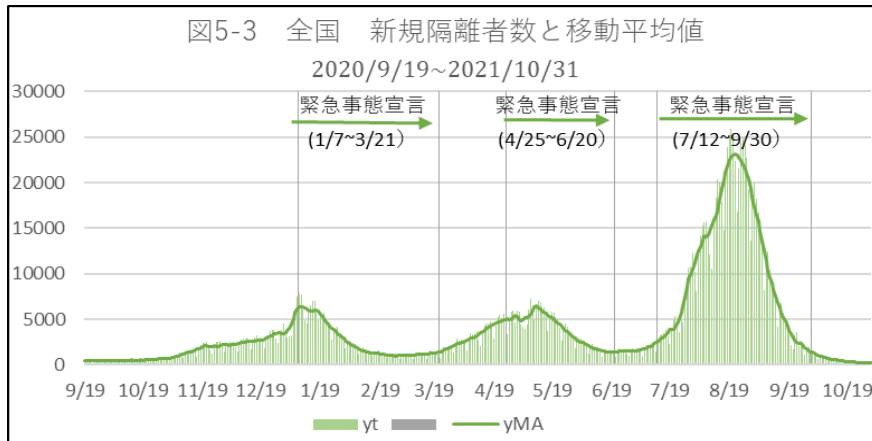


図5-3を見るかぎりでは、第2次と第3次の緊急事態宣言はその発出から直ちに効果を表わし、宣言が解除されるまで効果が続いたように読み取れる。政府・地方自治体が、新型コロナウイルスの蔓延を防ぐためには（個人的な衛生管理と「三密」の回避に加えて）緊急事態宣言が最も有効であると考えたとしても無理はない。しかし第4次の緊急事態宣言については事情が変わっている。7月12日の発出以降2週間を超えても新規隔離者数は増加を続け、この間に東京オリンピック（7月23日～8月8日）があったことを考慮に入れても、ようやく8月中旬になって下降を始めた。緊急事態宣言の効果がもしあったとしても、8月中旬以降にやっと表われたように見える。

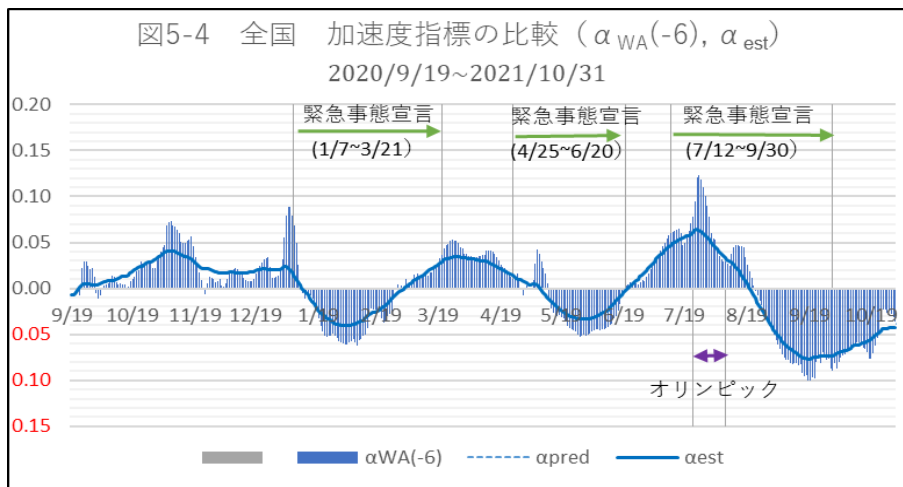


図5-4は状態空間モデルによる加速度パラメータ推定値 α_{est} (青い線) と週間平均増加率 $\alpha_{WA(-6)}$ (青い縦棒) の測定値を示している。この図を見ると緊急事態宣言の効果について全く解釈が異なってくる。

- ・第2次と第3次の宣言発出（1月7日と4月25日）に先立って、 α_t は既に下降を始めている。上に述べた隔離ラグが1週間から10日であることを考慮に入れると、宣言発出のすくなくとも2週間前には加速度は下降を始めていたと推察される。
- ・第2次と第3次の宣言発出後、 α_t は約一ヶ月で極小値をとり、その後は上昇している。このことから緊急事態宣言の α_t に対する効果は良く見ても部分的であり、精々4、5週間しか続かなかったことが読み取れる。
- ・第4次緊急事態宣言は新規隔離者数が上昇傾向に入った時点で発出されたという点で、前2次

の宣言より「早めの対応」であった。しかし東京オリンピック開催中（7月25日）に α_t に鋭いピークがあったが、隔離ラグを考えるとこのピークは東京オリンピック開会前の人流増加に起因するもので、オリンピック自体の影響ではないと推察される。 その後の α_t の変化についてはワクチン接種が大きくかかわっていると見られるので、後に詳しく検討する。

加速度で見ると違った景色が見える

緊急事態宣言の効果についての考察に加えて、加速度の推移からこれまでの通説と異なる結論が導かれる。

- ・ GOTOキャンペーン：GOTOキャンペーンは政府並びに地方自治体によって主導された国内旅行の宿泊代金や日帰り旅行代金の費用を支援するキャンペーンで、2020年7月22日以降に実施された。コロナウィルス流行の第3波は2020年9月中旬に始まり、その後徐々に新規隔離者数が増加して、新年を迎えて急に増加の速度が高まり、政府もあわてて1月7日に第2次緊急事態宣言を発出した。しかしその間9月から11月にかけて新規隔離者数が比較的安定していたため、一部の人は「GOTOキャンペーンは感染拡大につながらなかった」と主張している。

しかし加速度パラメーター α_t の変化を見ると全く違った状況が見える。まず α_t は10月から11月末にかけて大幅に増加している。これが新規隔離者数の急増をもたらさなかったのは、単に新規隔離者数の初期値が低かったからであって、この時期に α_t に与えられた主な影響「力」はGOTOキャンペーンによるものと考えてよいだろう。ただし、この影響「力」は、GOTOキャンペーンによる人の移動の増加による直接の効果であるのか、あるいはGOTOキャンペーンを行うことによる人々の危機感が薄れたために生じた間接効果であるのかは、議論の余地がある。

- ・ クリスマス・年末の人流：2021年1月初めの新規隔離者数の急増はクリスマス・年末の人出増を反映していると言われているが、実は11月上旬から加速度が上昇傾向にあり、これが1月初めに新規隔離者数の急増という形で表れたと推察される。

興味深いのは政府の第2次緊急事態宣言が1月7日に発出される前に α_t は既に下降を始めていたという点である。しかも隔離ラグを考えれば、緊急事態宣言が1月上旬からの新規隔離者数減少のキッカケ (trigger) になったとは考えられない。緊急事態宣言（とそれに付随する営業自主要請）の効果があったとすれば、1月初旬以降の α_t の下降に影響したと考えるべきであろう。これが新規隔離者数の1ヶ月半にわたる減少に影響したことを否定する根拠はないが、 α_t は1月下旬には再上昇を始めており、ここでも緊急事態宣言の効果は部分的であったとしか言えない。

- ・ 第3次緊急事態宣言（2021年4月25日に発出）についても同様のことが言える。既に宣言発出前の4月上旬から α_t 値は下降を始めている。これはおそらくこの時期に緊急事態宣言を発出すべきかどうかに関する政府・地方自治体の論議がマスメディアで取り上げられ、一般市民の危機感を高めたからと考えられる。その後の経過は第2次宣言の場合と同様で、3月末には α_t の値は上昇に転じており、緊急事態宣言の効果は精々4から5週間に過ぎず、その後の α_t の上昇

を完全に止める力はなかったと言えよう。

- ・東京オリンピックの影響：図5-4を見ると、東京オリンピックの期間中（2021年7月23日~8月8日）に α_t のピークが来ているが、すでに述べたように隔離ラグを考えるとこのピークはオリンピック期間前の人流増加に起因すると考えられる。したがってオリンピック期間中とその後にはむしろ急速な α_t の下落が見られ、オリンピック開催それ自体がコロナウイルス流行を加速させたとは考えにくい。競技場への入場禁止や関係者の予防努力によって、東京オリンピックはウイルス流行の悪化をもたらすことなく開催することができたと言ってよいだろう。

総括すれば、第2次と第3次の緊急事態宣言の新規隔離者数減少に関する効果は好意的に見ても部分的であった。第4次宣言の発出が新規隔離者数の推移にもとづいているなら、残念ながら緊急事態宣言の効果を過信したとの結論に達する。新規隔離者数の変動を見ているだけではこの結論は出ないことを強調しておきたい。

ワクチン接種の効果

2021年4月上旬から高齢者向けに始まったワクチン接種は、その後対象年齢を拡げて10月末には全人口72%以上が2回目の接種を終えている。当然接種率が向上するにつれてCOVID-19流行にブレーキがかかったと予想されるが、こうしたワクチン接種拡大の効果を伝染・隔離モデルによって測定できるか検討しよう。幸い状態空間モデルの加速度パラメーター推定式はワクチン接種効果を反映しやすい構造になっている。

もともと状態空間モデルによって推定される加速度パラメーター α_t は

$$\alpha_t = (\lambda_t X_{1,t-1} - \pi_{2*})$$

と定義されているから、ワクチン接種によって未感染者比率 $X_{1,t-1}$ が減少すれば、 α_t が減少すると仮定されている。すなわちすでに未感染者比率が α_t の変動に組み込まれているのである。

今回のCOVID-19接種の対象は日本の全国民を対象としており、未感染者比率を

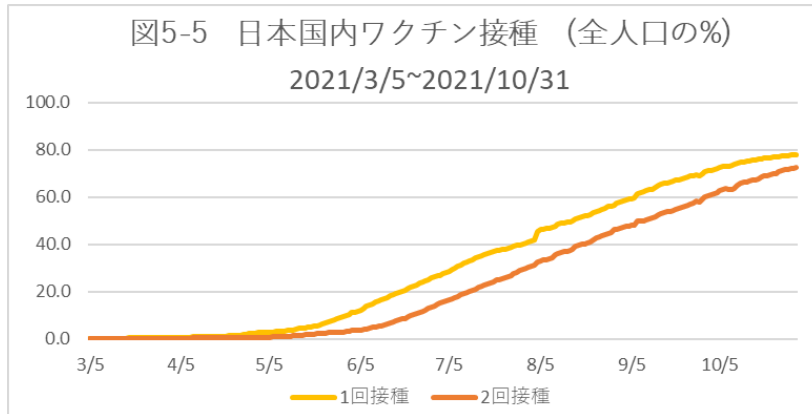
$$X_{1,t-1} = 1 - \text{接種者比率}_{t-1}$$

と定義することは妥当であろう。したがってワクチン接種なしの場合の感染率 λ_t 値として次式が得られる。

$$\lambda_t = (\alpha_t + \pi_{2*}) / X_{1,t-1}$$

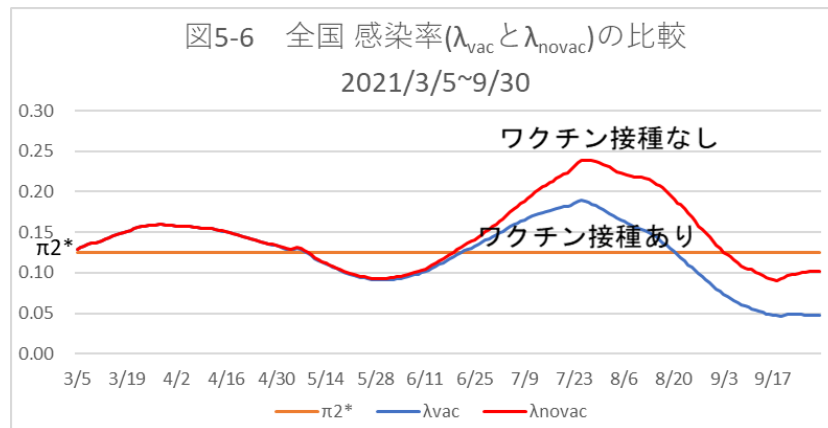
以下ではワクチン接種なしの場合とワクチン接種ありの場合について λ_t 値を算出し、それぞれにもとづいて新規隔離者数を計算して比較する。

次図はNHKデータベースから得た全国レベルのワクチン接種率の推移を示している。

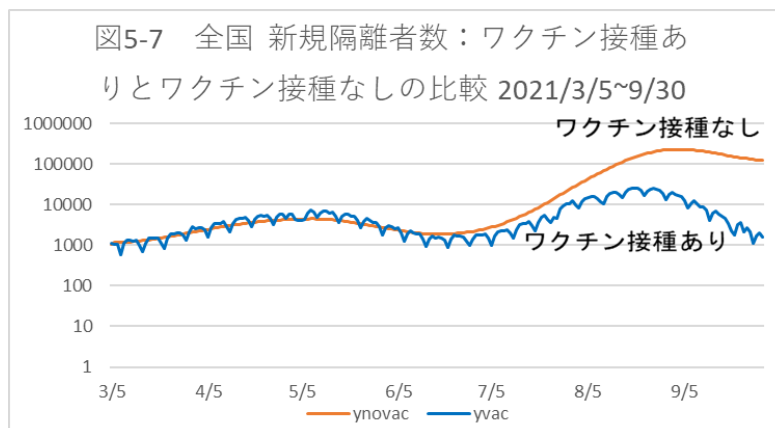


出所: <https://www3.nhk.or.jp/news/special/coronavirus/vaccine/progress/>

このデータと全国レベルの α_t の推定値と用いて、ワクチン接種がなかった場合と接種があった場合のそれぞれについて、2021年3月以降の感染率 λ_t を推定した結果が次図に示されている。 π_{2*} の値は前章で推定した0.1248を用いた。



当然のことだが、ワクチン接種なしの状況では感染率 (λ_{novac}) は接種ありの場合の値 (λ_{vac}) よりはるかに高い。ワクチン接種ありの場合の最高値は0.189であるのに、ワクチン接種なしの場合の最高値は0.239と約1.26倍である。おそらくこの違いはいわゆるデルタ変異株の感染率の高さを反映していると思われる。また $\alpha_t = \lambda_t - \pi_{2*}$ であるから、同じ図に記入されている π_{2*} 値を考慮すると、ワクチン接種ありの場合となしの場合での α_t の差は最大で1.78倍になる。この差がどれだけ大きいかを実感するため、二つの α_t の値にもとづいて新規隔離者数(=陽性確認者数)を算出したものが次図である。



新規隔離者数の実際値(ワクチンあり)とワクチンなしの場合の推定値の間には驚くような違いが出ているため、上図は対数尺度で表している。ワクチン接種を行った場合の新規隔離者数は最高で一日24,948人であったが、ワクチン接種なしの場合最大値は230,538人にのぼる。2021年9月末での累計隔離者数はワクチン接種ありの場合の約170万人に対し、ワクチン接種なしの場合には約1020万人(約6倍)に達するという結果が出た。

もちろんワクチン接種がない場合でも様々な感染症流行に対する予防手段が講じられるため、このような高い値が実現する可能性は低いが、未曾有の「感染爆発」が起こっただろうことは想像に難くない。日本においてCOVID-19流行の第5波が急激に下降したことについて様々な仮説¹²が出されているが、ワクチン接種の効果が顕著であったことは上の分析から明らかであろう。¹³

結 論

この論文では感染症流行の指標として新規隔離者数の「加速度」指標に注目した。加速度パラメターを測定するにはいくつかの方法があるが、われわれが提唱する**伝染・隔離モデルと状態空間モデルとの組み合わせ**による推定にはいくつかの強調すべき利点がある。

- ・伝染・隔離モデルの構造から、新規陽性確認者数を新規隔離者数と明確に定義できる。
- ・状態空間モデルは構成要素として、新規隔離者数(自然対数)の「期待値(μ_t)」とその「加速度(g_t)」の両方を組み入れることができる。
- ・状態空間モデルの出力である加速度パラメター(α)といわゆる実効生産数の関係を明示できる。さらに伝染状態からの退出確率(π_{2*})の推定値が得られれば、加速度パラメターから実効生産数を推定することができる。

¹² この論文の執筆時点(10月末)で、マスコミやネット上には種々の仮説(危機感の共有、ウイルス自滅、人出の減少、季節・天候の影響、など)が出ている。(Cf.「コロナ感染者なぜ急減 ワクチン免疫 人出? 専門家5人の見方は」、nhk.or.jp/shutoken/newsup/21211007b.html)

¹³ 国立感染症研究所鈴木基氏も「ワクチンでほぼすべて説明がつくと考えている」と述べている。<https://www.asahi.com/articles/ASPCL71S8PCKULBJ013.html>、2021年11月20日

- ・ 加速度指標の推定値にもとづく新規隔離者数の短期予測は、これまでの傾向値（例えば移動平均値）にもとづく短期予測より優れているとは言えない。しかし加速度の推移を検討することにより、流行の「波」に関してピークやボトムを識別し、波から波への大きな変化を予測するのに有用である。
- ・ 新規隔離者数の加速度を測定する最大の利点は、感染流行に影響する様々な「力」がどの時点で働いたかを分析できることである。これは影響諸力が加速度に直接働くと想定されるからである。実際に2020年の第3波から2021年の第5波にかけて、流行の推移に関して加速度の視点から見て数々の新たな知見が得られた
- ・ 実効再生産数が実は加速度の一指標であることは明らかであり、実効再生産数も増加率と同様に影響諸力の分析に用いることができる。しかし状態空間モデルによる加速度パラメーター(α)から容易に新規隔離者の増減を測定できることから、加速度を分析に用いるほうがはるかに効率的である。

加速度測定に関する今後の課題

1. 感染症流行に影響する要因を分析するために状態空間モデルに追加の説明変数を導入する必要がある。そのような説明変数としては、繁華街、駅前などでの人出の方が人々の接触度合いを表現するものと考えられる。

また隔離率(π_{23})が時間的に変動するとき、新規隔離者数に関する基本公式 $y_t \approx (1 + \alpha_t)y_{t-1}$ は（未感染者比率 ≈ 1 との仮定の下に）

$$y_t \approx (1 + \alpha_t)y_{t-1}(\pi_{23,t}/\pi_{23,t-1})$$

と書ける。もし π_{23} とPCR検査数に時系列的な関連があるなら、感染症流行の初期にはこの式から検知できるかもしれない。

2. 状態空間モデルによる加速度パラメーター推定値(α_{est})の測定値が得られたなら、それを活用していくつかの2次モデル(α_t 推定値を説明変数に使用)を試してみる価値がある。その際には都道府県レベルでのモデルの推定と、それらの地域での繁華街、駅前などの人出データとの関係や隣接する都道府県での空間構造を考慮することが考えられる。

参 考 文 献

Anne Cori*, Neil M. Ferguson, Christophe Fraser, and Simon Cauchemez (2013), “A New Framework and Software to Estimate Time-Varying Reproduction Numbers During Epidemics”, *American Journal of Epidemiology*, Vol. 178, No. 9, 505–1512.

北海道大学 医学研究院・医学院 社会医学分野 医学統計学教室ホームページ(URL: biostat-hokudai.jp)、 “感染症数理モデル；Sequential SEIR model” 参照。

- 稲葉 寿 (2008)、「微分方程式と感染数理疫学」、**数理科学**、No. 538、APRIL、2008、1-7。
- Kobayashi, G., Sugawara, S., Tamae, H., & Ozu, T. (2020). Predicting intervention effect for COVID-19 in Japan: state space modeling approach. *Bioscience Trends*, 14(3), 174–181.
- 中西正雄 (2020)、「PCR 検査はコロナウイルス終息の『特効薬』か」、関西大学ソシオネットワーク戦略研究機構ディスカッションペーパーシリーズ、No. 87、2020年6月、1 - 20。
- 西浦 博・稲葉 寿 (2006)、「感染症流行の予測：感染症数理モデルにおける定量的課題」、**統計数理**、54巻第2号、461–480。
- Nishiura*, Hiroshi, Gerardo Chowell, Hans Heesterbeek, and Jacco Wallinga (2009), “The ideal reporting interval for an epidemic to objectively interpret the epidemiological time course,” *J. R. Soc. Interface*, 7, 297–307.
- Nishiura H, Linton NM, Akhmetzhanov AR (2020). Serial interval of novel coronavirus (COVID-19) infections. *Int J Infect Dis.* Apr; 93:284-286.
- 小田垣 孝 (科学教育総合研究所) (2020)、「新型コロナウイルスの蔓延に関する一考察」
- Petris, Giovanni, Sonia Petrone and Patrizia Campagnoli (2009) *Dynamic Linear Models with R*, Springer-Verlag, New York.
- Petris, Giovanni (2010). An R Package for Dynamic Linear Models. *Journal of Statistical Software*, 36(12), 1-16
- Zhou, T., & Ji, Y. (2020). Semiparametric Bayesian inference for the transmission dynamics of COVID-19 with a state-space model. *Contemporary Clinical Trials*, 97. <https://doi.org/10.1016/j.cct.2020.106146>
- 国立大学法人千葉大学 株式会社 Nospare、「ニュースリリース：緊急事態宣言の後では宣言前と比べ40%~50%の感染率が低下～状態空間SIRモデルで捉えたCOVID-19の感染者数変化～」

附録 状態空間モデルによる伝染・隔離モデルパラメターの測定値

図1 新規隔離者（陽性確認者）数の推移

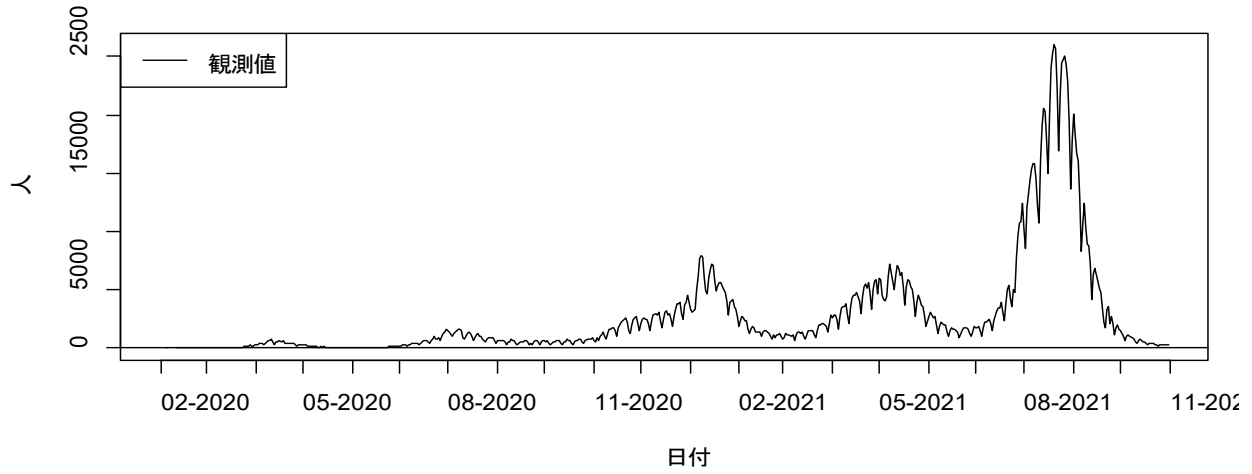


図2 新規感染確認者数のピリオドグラム

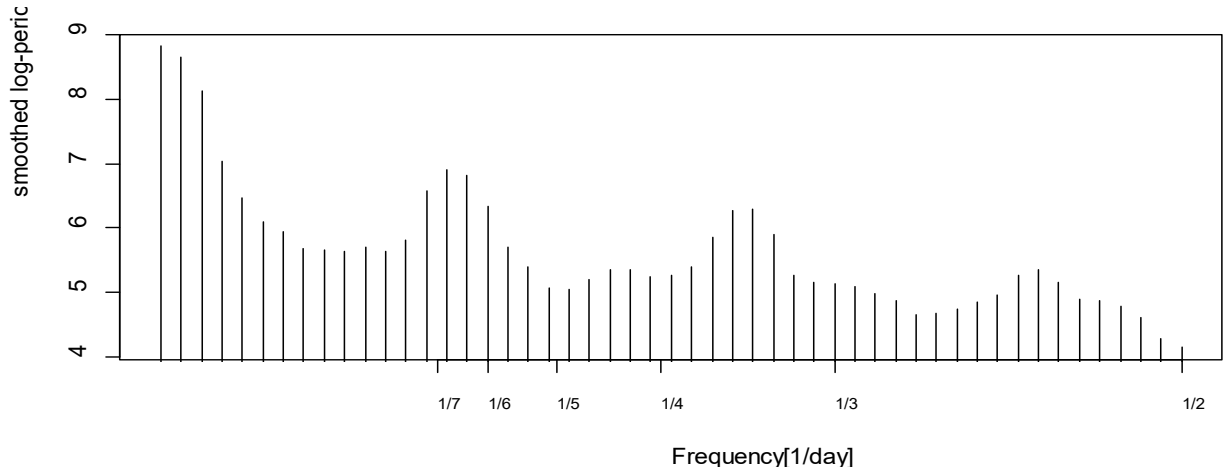


図3 新規陽性確認者数の観測値とモデルによる予測値（一期先予測分布の平均）

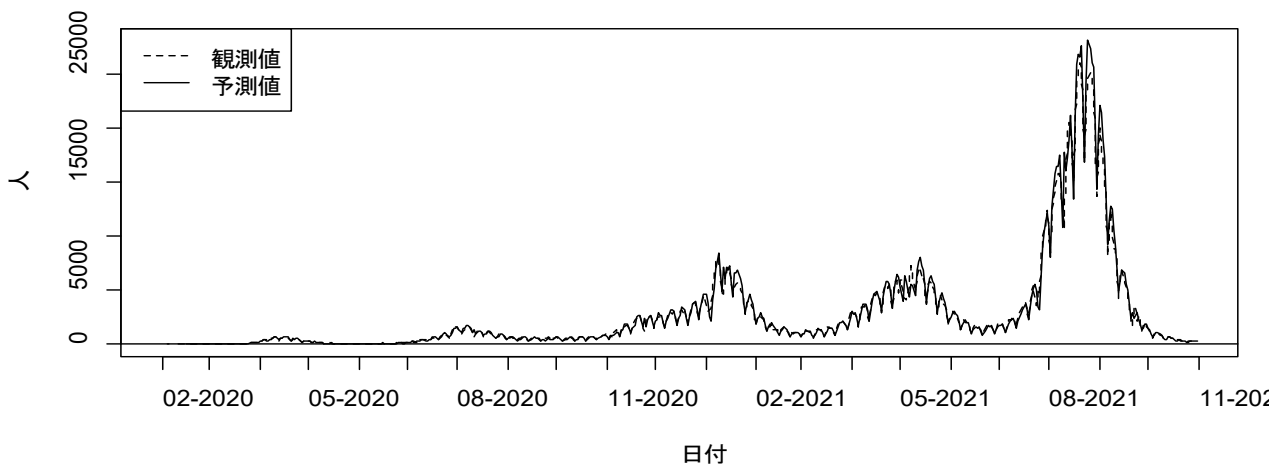


図4 新規陽性確認者数（自然対数）の観測値とモデルによる予測値（一期先予測分布の平均）

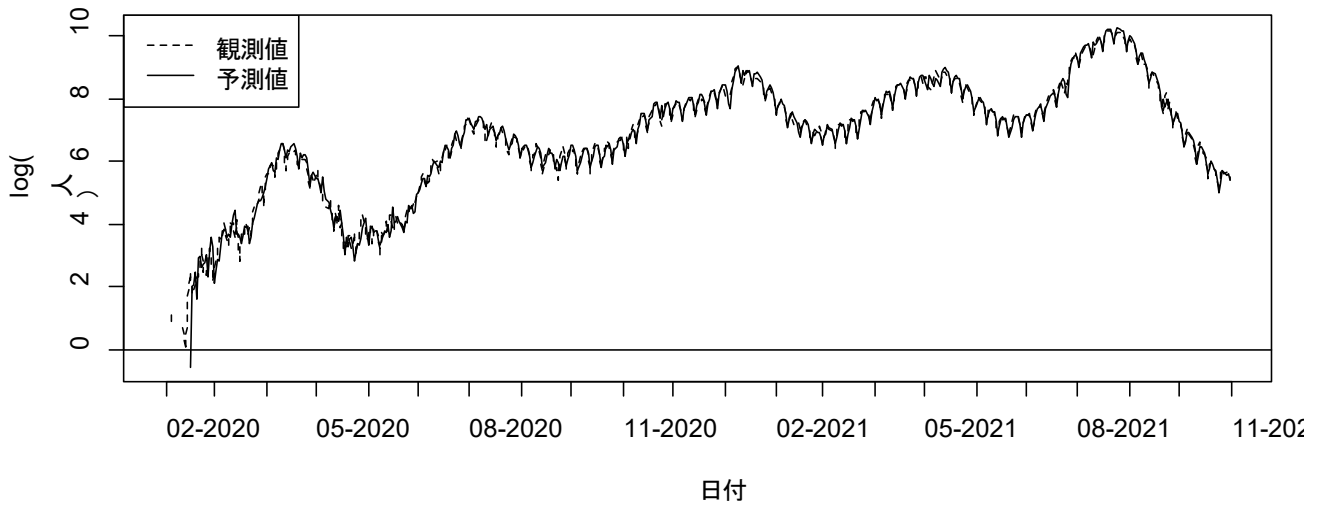


図5 α_t の推定値

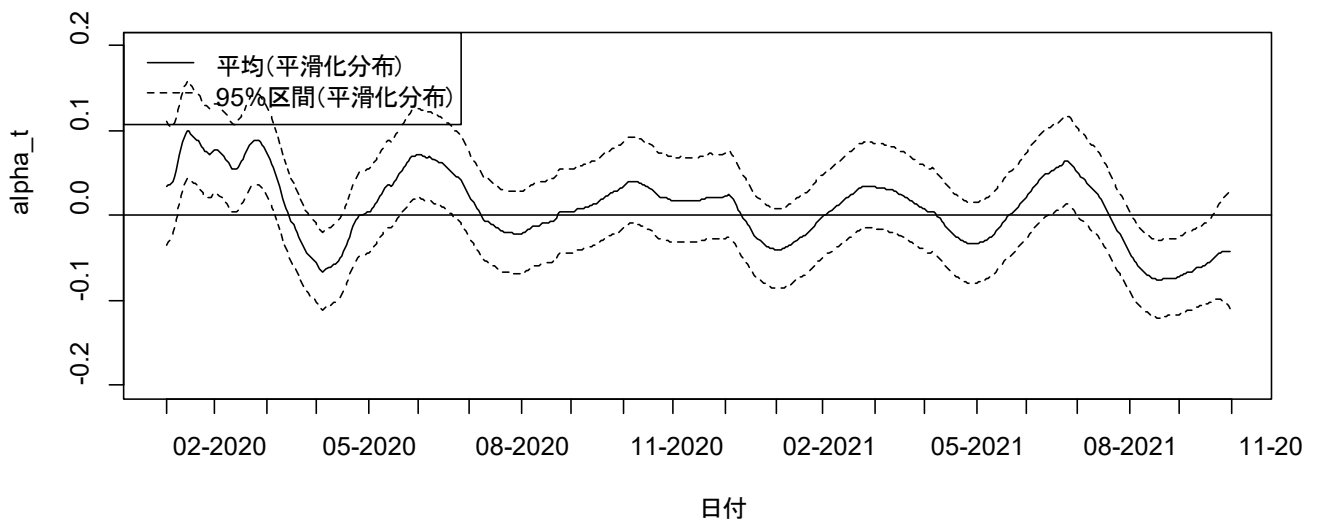


図6 w_t の推定値

