

歩行者流れへの離散要素法の適用

(直線通路におけるレーン形成)

Application of Discrete Element Method on Pedestrian Flow (Lane Formation in Straight Path)

関西大学 社会安全学部

川 口 寿 裕

Kansai University, Faculty of Safety Science

Toshihiro KAWAGUCHI

SUMMARY

Characteristics of pedestrian flows have been originally understood by observations of crowd motion in our daily life. Mathematical modeling for the pedestrian flow has been performed since 1970s; for instance, fluid dynamic model, social force model, cellular automata and so on. In the present study, DEM (discrete element method), which is one of the numerical methods for the simulation of granular flows, is employed to model the pedestrian flow. A self-organized lane formation for the counter-flowing pedestrians in a straight path is studied. The distribution of the number of lanes is studied. When small particles (children) are mixed in large particles (adults), the distribution becomes broader.

Key words

Pedestrian, Lane Formation, Numerical Simulation, Discrete Element Method

1. 緒 言

我々の周辺には駅や遊園地、映画館等、数多くの歩行者が集まる場所が少ない。歩行者の流れのダイナミクスを把握することは、出入口の最適設計等に役立つだけでなく、地震や火災などの災害発生時の避難行動の理解や、群集事故の解析や防止の観点からも重要である。

Fruin^[1]は歩行者流れに関する知見を体系的なテキストにまとめた。そこでは歩行者の挙動についての重要な事項が数多く示されている。

歩行者流れに関しての数理的なモデルもいくつか提案されてきた^[2]。歩行者流れと流体運動の相似性に着目した流体モデル^{[3][4]}、オートマトン^{[5][6]}、エージェントシミュレーション^{[7][8]}などがその代表例である。

近年、離散要素法 (DEM : Discrete Element Method)^[9]を歩行者流れに適用する試みがなされている^{[10][11]}。DEMはCundallとStrack^[9]によって提案された手法であり、高濃度な粒子群の流れにおける個々の固体粒子の運動を離散的に追跡する手法として、主に土木工学の分野

で発展してきた^[12]。その後、粉粒体流れの数値シミュレーションにも用いられるようになり、容器からの粒子排出^[13]、回転ドラム内粒子混合挙動^[14]などにも適用されてきた。DEMを歩行者流れに適用した場合、単に歩行者の挙動を模擬できるだけでなく、群集事故発生時のように群集密度が非常に高い場合の力の分布を容易に解析することができる。また、個々の粒子(人)にサイズ、性格などの個性を与えることが容易で、より現実的なモデルを構築しやすいことが大きな特徴である。

本研究では、歩行者流れにDEMを適用した数値シミュレーションを行った。ガラスビーズやパチンコ球のような通常の粒子はニュートンの運動法則にしたがって運動するが、歩行者は「自己駆動粒子」であり、外力を受けなくても自らの意思で動き出したり、立ち止まったりできる。このような歩行者挙動の表現に際して、本研究では複雑な行動ルールを排除し、できる限り簡単なモデルを用いた。本モデルを直線通路内の2方向流れに適用し、自発的なレーン形成過程を模擬することを試みた。

2. シミュレーションモデル

2.1 離散要素法

離散要素法(DEM)における粒子間および粒子-壁面間接触力の模式図を図1に示す。DEMの接触力は以下の3つの要素の組合せで表現される。すなわち、(1)弾性変形およびそれに伴う弾性反発力を表すバネ、(2)エネルギー減衰を表すダッシュポット、(3)すべりを表現する摩擦スライダである。このモデルを用いると、粒子*i*が粒子(または壁面)*j*から受ける法線方向および接線方向の力は次式で与えられる。

$$\vec{f}_{Cn} = (-k_n \delta_n - \eta_n \vec{V}_{sij} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (1)$$

$$\vec{f}_{Ct} = \min \left[-k_t \delta_t - \eta_t \vec{V}_{sij}, -\mu_f \left| \vec{f}_{Cn} \right| \vec{t} \right] \quad (2)$$

ここで、 k_n, k_t はそれぞれ法線方向、接線方向のバネ定数、 η_n, η_t はそれぞれ法線方向、接線方向の粘性減衰係数、 μ_f は摩擦係数、 δ_n は接触点における法線方向の変形量を表す。また、 \vec{V}_{sij} は粒子*i*の粒子*j*に対する相対速度ベクトル、 \vec{n} は粒子*i*の重心から粒子*j*の重心に向かう単位ベクトル、 $\vec{\delta}_t$ は粒子*i*の粒子*j*に対する接触点における粒子表面の接線方向相対変位ベクトルである。 \vec{V}_{sij} は粒子*i*の粒子*j*に対する接触点における粒子表面の接線方向相対速度ベクトルであり、粒子の重心の並進運動によるものと自転による表面速度の和として次式で表される。

$$\vec{V}_{sij} = \vec{V}_{ij} - (\vec{V}_{ij} \cdot \vec{n}) \vec{n} + (r_i \vec{\omega}_i + r_j \vec{\omega}_j) \times \vec{n} \quad (3)$$

ここで、 r_i, r_j はそれぞれ粒子*i, j*の半径、 $\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_j$ はそれぞれ粒子*i, j*の回転角速度ベクトルである。また、式(2)の \vec{t} は接線方向単位ベクトルであり、 \vec{V}_{sij} を用いて次式で与えられる。

$$\vec{t} = \frac{\vec{V}_{sij}}{\left| \vec{V}_{sij} \right|} \quad (4)$$

式(2)において記号 $\min [A, B]$ は A, B のうち絶対値の小さい方をとることを意味する。つまり、式(2)は接線方向の変形量が小さいときには弾性的な力が作用し、変形量がある程度大きくなると摩擦スライダによる力が作用することを表現している。接線方向の変形量が大きいときの弾性的な力は静止摩擦を表し、変形量が大きいときの摩擦スライダによる力は滑り摩擦(動摩擦)を表している。

粒子に作用する力として接触力のみを考えると、粒子*i*の並進運動を表す微分方程式は次式となる。

$$\frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} = \frac{\sum_j \vec{f}_{Cij}}{m_i} \quad (5)$$

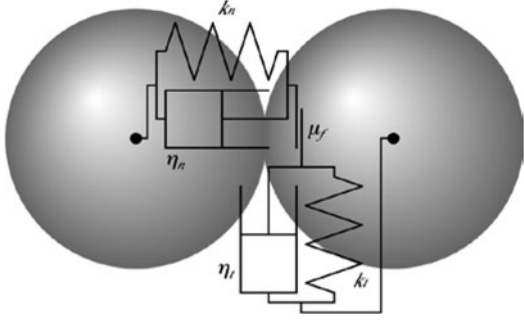


図1 離散要素法の接触力モデル

ここで、 \vec{x}_i は粒子 i の位置ベクトル、 m_i は粒子 i の質量である。 \vec{f}_{Cij} は粒子 i が粒子（または壁面） j から受ける接触力であり、式(1)、(2)の法線方向および接線方向接触力の和である。接触力の接線方向成分による回転も考慮し、以下の微分方程式により回転運動を記述する。

$$\frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \frac{\sum_j \vec{M}_{ij}}{I_i} \quad (6)$$

ここで、 \vec{M}_{ij} は粒子 i が粒子 j との接触により受けるトルクを表す。また、 I_i は粒子 i の慣性モーメントである。

式(5)、(6)を時間 t で数値的に積分することで粒子 i の速度、位置および角速度を次式で追跡する。

$$\vec{V}_i = \vec{V}_i^0 + \frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} \Delta t \quad (7)$$

$$\vec{x}_i = \vec{x}_i^0 + \vec{V}_i \Delta t \quad (8)$$

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_i^0 + \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} \Delta t \quad (9)$$

ここで、上付き添え字0は前時刻における値を意味し、 Δt は数値積分における時間刻み幅を表す。

2.2 接触判定

2次元平面内を運動する粒子 i と粒子 j が接触しているかどうかを調べるために、以下の粒子中心間距離 d_{ij} を計算する。

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (10)$$

ここで、 x, y は粒子の x 座標、 y 座標である。このとき、粒子 i と粒子 j が接触しているのは以下の条件を満たすときである。

$$d_{ij} < r_i + r_j \quad (11)$$

このとき、接触点における法線方向変形量 δ_n は次式で求められる。

$$\delta_n = r_i + r_j - d_{ij} \quad (12)$$

接触判定においては粒子登録法 (bookkeeping method) を適用し、アルゴリズムの高速化を図った^[15]。

2.3 歩行者モデル

前節のモデルにより、個々の粒子運動を追跡することが可能となるが、当然ながら静止している粒子は外部から力を受けない限り動き出さない。歩行者のような自己駆動粒子の運動を表現するには、モデルの追加が必要となる。本研究では、自由歩行速度 \vec{V}_F を導入することで、式(7)を次式のように修正した。

$$\begin{aligned} \vec{V}_i &= \vec{V}_{Fi} \\ &\text{for } \sum_j \vec{f}_{Cij} = 0 \\ \vec{V}_i &= \alpha \vec{V}_{Fi} + (1 - \alpha) \left(\vec{V}_i^0 + \frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} \Delta t \right) \\ &\text{for } \sum_j \vec{f}_{Cij} \neq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

つまり、周囲の粒子（歩行者）と接触しているかどうかで歩行形態が変わる（図2参照）。接触していないときには設定された自由歩行速度で歩行する。一方、接触しているときには通常の粒子として計算される速度と自由歩行速度の中間的な速度で歩行する。このとき、 α ($0 \leq \alpha \leq 1$)を歩行意欲係数と呼び、 α が大きいほど周囲の歩行者と接触していても自由歩行速度での歩行を維

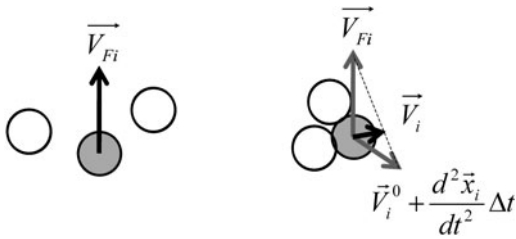


図2 歩行者モデル

持しようとすることを意味するものとする。

なお、本モデルでは粒子同士が接触してはじめて歩行速度が変化するが、実際の歩行者は前方の状況を視覚で判断することで、歩行速度を緩めたり、方向を変えたりする。しかし、現段階では簡単化のため、そのようなモデルを一切組み込んでいない。今後、より現実的なモデルを構築するには、そのような要因をモデル化することが必要となる。

2.4 計算条件

図3に示すように、幅4.8m、長さ16mの南北直線通路内における歩行者挙動の計算を行った。座標軸として、通路の南西端（図の左下隅）を原点とし、東向き（図の右向き）を $+x$ 方向、北向き（図の上向き）を $+y$ 方向とした。計算は2次元で行い、歩行者の形状は円とした。本計算では大人と子供を混在させ、全体の2割を子供とした。大人の直径を40cm、子供の直径を30cmとした。また、体重（質量）は大人が60kg、子供が30kgであるとした。歩行意欲係数を大人、子供とも0.2に設定した。

初期状態において、図3の通路内に200人の歩行者をランダムに配置し、半数の100人を北向きの歩行者、残りの100人を南向きの歩行者に設定した。北向き、南向きのそれぞれの歩行者の自由歩行速度は大人、子供とも次式で与えた。

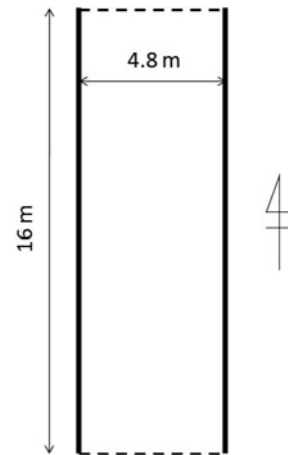


図3 通路形状

- 北向き歩行者

$$V_{Fx} = 0\text{m/s}; V_{Fy} = 0.5\text{m/s}$$

- 南向き歩行者

$$V_{Fx} = 0\text{m/s}; V_{Fy} = -0.5\text{m/s}$$

北（南）端の境界から領域外に出た歩行者は、南（北）端の同じ東西方向位置から再進入することで、通路内の歩行者密度を常に一定に保つようにした。

本計算では、弾性反発力を表現するのに線型バネを用いた。バネ定数は法線方向 k_n 、接線方向 k_t とも10000N/mとした。ダッシュポットは衝突時のエネルギー減衰を表現するので、法線方向の粘性減衰係数 η_n は反発係数をもとに与えることができる。線型バネモデルにおいては、反発係数 e_p と粘性減衰係数 η_n の関係は解析的に求めることができ、次式で与えられる^[16]。

$$\eta_n = -\frac{2 \ln e_p}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e_p)^2}} \sqrt{mk_n} \quad (14)$$

通常の固体粒子であれば、適当な高さから落下させ、床面と衝突した後に跳ね返る高さを計測することで反発係数を求めることができる。しかし、人間同士が衝突したときの反発係数がどの程度になるかを実験的に求めるのは容易ではない。本計算では反発係数 e_p を0.5とし、式

(14) から法線方向粘性減衰係数 η_n を与えた。接線方向減衰係数 η_t には法線方向粘性減衰係数と同じ値を用いた。摩擦係数 μ_f は 0.3 とした。

DEM は接触開始から、弾性変形、回復、反発に至る一連の過程を 1 次元減衰振動系で模擬することになる。したがって、その過程を正確に模擬するには、1 次元減衰振動系の振動周期を何分割かするだけの時間刻み幅 Δt を用いなければならない。1 次元減衰振動系の振動周期は減衰係数にも依存するが、減衰係数がゼロ、すなわち 1 次バネ-質量系に対する振動周期が最小となる。川口ら^[16] は、バネ-質量系の固有周期 ($2\pi\sqrt{m/k_n}$) の分割数を変化させた予備計算を行い、DEM において安定な計算を行うための時間刻み幅 Δt として以下の条件を満たすものを用いることを提案した。

$$\Delta t \leq \frac{\pi}{5} \sqrt{\frac{m}{k_n}} \quad (15)$$

本計算では式(15)に小さい粒子（子供）の質量を適用したときの値から、 $\Delta t = 0.01$ s と決定した。本計算で用いた主なパラメータの値を表 1 にまとめる。

表 1 計算条件

直径（大人）	0.4 m
直径（子供）	0.3 m
質量（大人）	60 kg
質量（子供）	30 kg
法線方向バネ定数	10000 N/m
接線方向バネ定数	10000 N/m
反発係数	0.5
摩擦係数	0.3
時間刻み幅	0.01 s

3. 結果と考察

図 4 に計算結果の一例を示す。4.8m × 16m = 76.8m² の通路内に、大人 160 人、子供 40 人が配置されているので、歩行者の占有率は約 30% となる。濃赤色粒子は北向き（図中上向き）に進もうとする歩行者を表し、薄青色粒子は南向き（図中下向き）に進もうとする歩行者を表している。初期にランダムに配置された歩行者が時間の経過とともに整列し、自己組織的にレーンが形成されていく様子が確認できる。オートマトンによる計算結果では、前の粒子に追従す

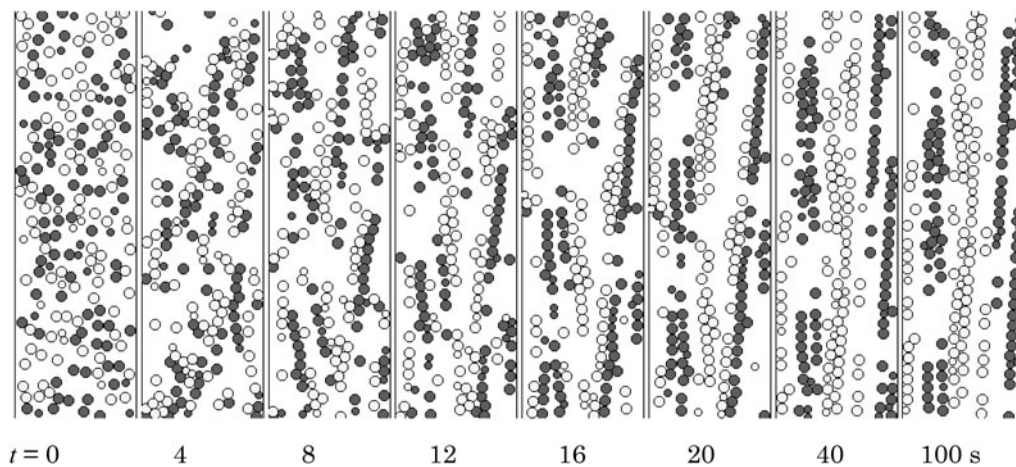


図 4 直線通路におけるレーン形成過程例 1（レーン数 4）

るというモデルを導入することで自発的なレーン形成が発生すると報告されているが^[17]、本モデルでは前の粒子への追従は考慮されていない。レーン形成の本質的な要因について、さらなる検討が必要である。

図4においては50秒程度経過した段階でほぼ定常状態に達し、この場合には北向き、南向き各2レーンずつの合計4つのレーンが形成された。ここで、レーンとは同じ向き（北向き、または南向き）に進む歩行者群が形成する帯状の領域を意味し、必ず北向きレーンと南向きレーンが交互に現れる。1人だけで形成されるレーンも1レーンと数えることとする。本現象は初期状態のわずかな違いにより結果が大きく異なるカオス的な側面を持っていると考えられる。図5に異なる初期状態に対する計算結果を示す。この場合にも50秒程度経過した段階で定常状態に達したが、レーン数は南北各4の合計8レーンとなっている。さらに初期状態を変化させた計算により、定常状態におけるレーン数が3~10の値をとることが確認された。それぞれの代表例を図6に示す。道路の幅や歩行者の占有率が同じであっても、初期状態のわずかな違いによって、形成されるレーン数は様々な値を取る

ことがわかる。図7にレーン数のヒストグラムを示す。定常状態において、4~7レーンになることが多いが、8レーンや9レーンの状態になることも少なくないことがわかる。

なお、歩行意欲係数 $\alpha=0$ とした場合には、図8に示すように、歩行者が進めなくなり、通路が閉塞してしまう状態に陥りやすいことが確認された。

次に、大人のみ200人を配置した場合の計算結果の一例を図9に示す。この場合にも50秒程度経過した段階でほぼ定常状態に達し、北向き4レーン、南向き3レーンの合計7レーンが形成された。初期状態を変化させた計算により、定常状態において2~10のレーン数が確認された。それぞれの代表例を図10に示す。レーン数のヒストグラムを図11に示す。この場合も定常状態におけるレーン数は5~7になることが多いが、子供が混在している場合に比べてこれらのレーン数になる頻度がより高くなっている。また、子供が混在していた場合には8レーンや9レーンになることも少なくなかったが、大人のみの場合にはそのような多数レーンになることは少ない。逆に、3レーンや4レーンといった少数レーンが比較的形成されやすい傾向がある。

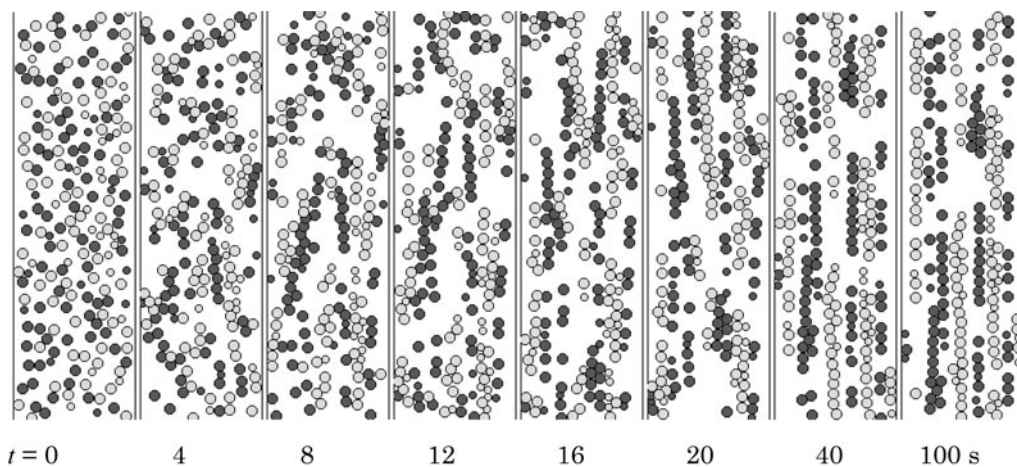


図5 直線通路におけるレーン形成過程例2（レーン数8）

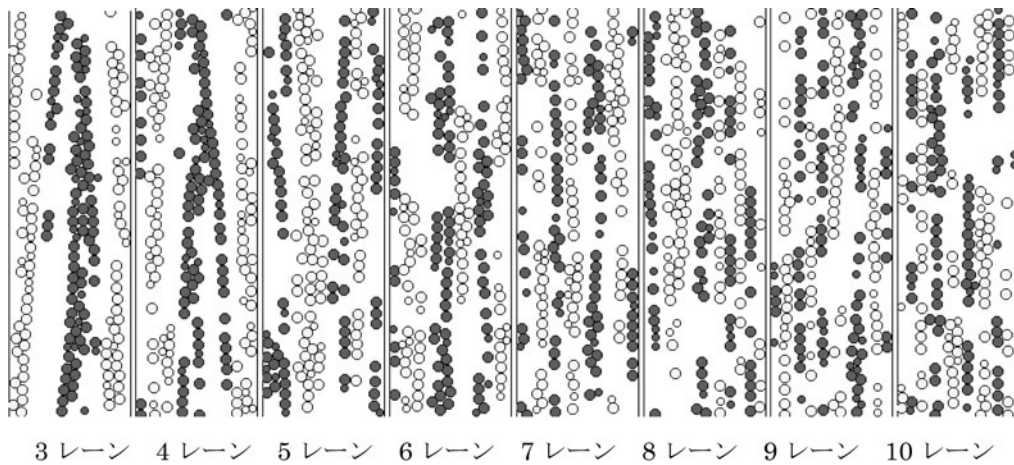


図6 定常状態におけるレーン形成例（大人・子供混在）

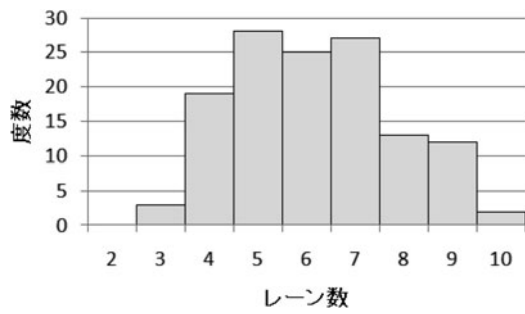


図7 レーン数の分布（大人・子供混在）



図8 通路の閉塞

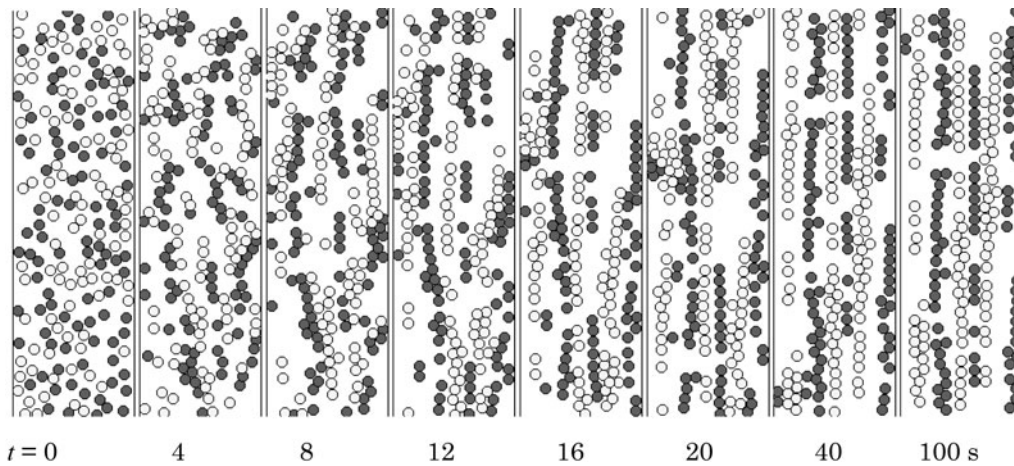


図9 大人のみの場合のレーン形成過程例（レーン数7）

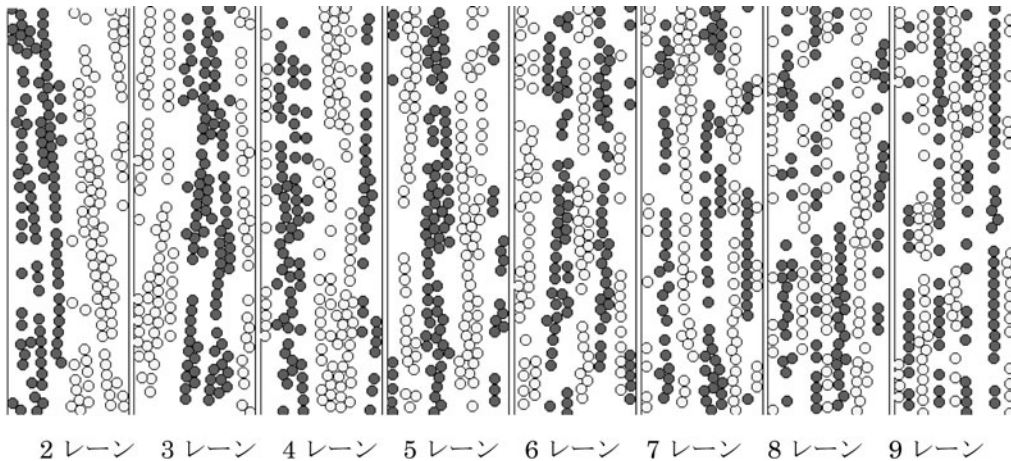


図10 定常状態におけるレーン形成例 (大人のみ)

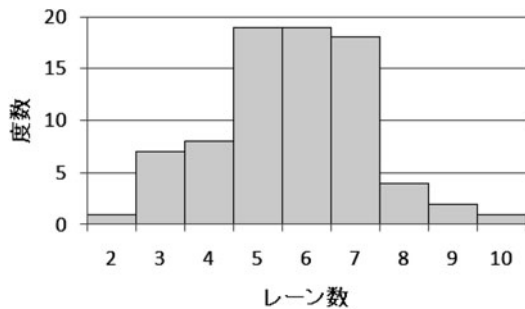


図11 レーン数の分布 (大人のみ)

同じ大きさの粒子のみが存在する場合には、粒子が規則的に配列しやすく、粒子の位置が入れ替わっても全体としては同じ配列パターンとなりやすい。これに対して、大きさの異なる粒子が混在すると、その粒子の混在位置によって全体の配列パターンは様々に変化する。このため、子供が混在している場合の方がヒストグラムの分布が広がるものと考えられる。

これらの計算結果の妥当性の検証には、今後、実験等による観察結果との比較・検討が必要である。

4. 結 言

粒子シミュレーション法の1つであるDEM

に自由歩行速度および歩行意欲係数のモデルを組み込むことで、歩行者挙動の数値シミュレーションを試みた。直線通路内の対向流に本モデルを適用したところ、先行者への追従をモデルに組み込まなくても、自発的なレーン形成が発生することを確認した。最終的なレーン数は初期状態のわずかな違いにより2~10の様々な値を取るが、大人の中にサイズの小さな子供が混在することで、レーン数の分布がやや広がることが確認された。

謝 辞

本研究の実施において、辻 裕大阪大学名誉教授から多くの助言をいただいた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] J. Fruin(1976). *Pedestrian Planning and Design*. Elevator World Inc., Mobile AL.
- [2] T. Furukata(2006). private document.
- [3] L. F. Henderson(1974). *On the fluid mechanics of human crowd motion*. Transportation Research 8, pp.509-515.
- [4] D. Helbing(1992). *A fluid dynamic model for the movement of pedestrian*. Complex Systems 6, pp.391-415.
- [5] G. P. Gipps & B. Marksjo(1985). *A micro-*

- simulation model for pedestrian flows*. Mathematics and Computers in Simulation 27, pp.95-105.
- [6] V. J. Blue & J. L. Adler(2000). *Cellular automata microsimulation of bi-directional pedestrian flows*. Journal of the Transportation Research Board 1678, pp.135-141.
- [7] B. Hillier, A. Penn, J. Hanson & T. Grajewski (1993). *Natural movement; or configuration and attraction in urban space use*. Environment and Planning B: Planning and Design 20, pp.29-66.
- [8] 兼田敏之(2010). artisocで始める歩行者エージェントシミュレーション 構造計画研究所.
- [9] P. A. Cundall & O. D. L. Strack(1979). *Discrete numerical model for granular assemblies*. Geotechnique 29-1, pp.47-65.
- [10] 清野純史, 三浦房紀, 瀧本浩一(1996). 被災時の群集避難行動シミュレーションへの個別要素法の適用について 土木学会論文集 537/I-35 pp.233-244.
- [11] Y. Tsuji(2002). *Numerical simulation of pedestrian flow at high densities*. Pedestrian and Evacuation Dynamics 2002, pp.27-38.
- [12] 伯野元彦(1997). 破壊のシミュレーション — 拡張個別要素法で破壊を追う — 森北出版.
- [13] 吉田順(1992). 個別要素法を用いたサイロ内粒状体の静置時圧力に関する研究 粉体工学会誌 29-2 pp.86-94.
- [14] K. Yamane, M. Nakagawa, S. A. Altobelli, T. Tanaka & Y. Tsuji(1998). *Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder*. Physics of Fluids 10-6, pp.1419-1427.
- [15] 上田顯(1990). コンピュータシミュレーション — マクロな系の中の原子運動 — 朝倉書店 pp.40-43.
- [16] 川口寿裕, 田中敏嗣, 辻裕(1992). 離散要素法による流動層の数値シミュレーション (噴流層の場合) 日本機械学会論文集 (B編) 58-551 pp.2119-2125.
- [17] 西成活裕(2006). 渋滞学 新潮選書 p.111.

(掲載決定日: 2011年2月21日)