

数学科学習指導案

令和5年6月28日4時間目

中学2年4組

授業者

指導教員

1. 単元名 第2章「平方根」 §3 有理数と無理数

2. 単元の目標

- 様々な事象を数の平方根でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。
- 数の平方根についての基本的・基礎的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けることができる。
- 数の平方根をふくむ簡単な式の計算をしたり、数の平方根で表現したり処理したりするなどの技能を身に付けることができる。
- 数の平方根の必要性と意味などを理解し、知識を身に付けることができる。

3. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
有理数・無理数について理解している。	有理数と無理数の違いを既習の数と関連付けて見出すことができる。	有理数と無理数の違いを既習の数と関連付けて見出すことができる。

4. 指導観

(1) 単元観

学習指導要領では、本単元において「正の数の平方根について理解し、それをを用いて表現し考察することができるようにする」とある。具体的には「数の平方根の必要性と意味を理解すること」、「数の平方根を含む簡単な式の計算をすること」、「具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすること」を目標としている。

小学校では、ものの数を数えるために必要な自然数や0という数の概念を学ぶとともに、四則演算の意味やその性質について理解を深めてきた。整数だけでは表すことが不便な場面に遭遇したときに、小数や分数といった新しい数の概念を学び、それについても四則演算の意味を理解する学習が行われてきた。

中学校第1学年においても小学校のときと同様に負の数の概念を学び、四則演算まででき

るように学んできた。数を拡張することは、新しい数が導入され、これまで表わすことができなかつたものが思考の対象になることを意味する。第2学年では、具体的な場面への適用や方程式、関数などについての学習を通して、正の数と負の数の数についての理解を深め、その計算の習熟を図ってきている。第3学年では、正の数の平方根の必要性と意味を理解し、それをを用いて表現し考察することができるようにしていきたい。平方根についての理解は、二次方程式や三平方の定理などを学習する際に不可欠であるため、平方根の意味や必要性について理解させていきたい。そして、高等学校での数と集合や因数分解、不等式、複素数の学習へつなげられるような授業を行っていきたい。

(2) 生徒観

本学級の生徒は、全体的に落ち着いてしっかりとした学習態度で授業に臨み、教師の指示を素直に聞き、練習問題もまじめに取り組むことができている。

ただ、一部の生徒は、単元以前の $\sqrt{\quad}$ の計算や有理化が習得しきれていないので、授業の計算変形などについてきてくれない生徒もいるので、そのような生徒にはしっかりと演習をしてわからない場合は質問するように促す必要がある。

また、机間巡視中に、解き方が分からず困っていても、先生に質問をするという積極性のある生徒がかなり少ないので、こちらから声をかけしっかりと指導を行っていきたい。

(3) 指導観

・本単元では、有理数と無理数の違いを既習の数と関連付けて見出すことができるようにするため、様々な例を用いながら、「有理数・無理数」「有限小数・無限小数・循環小数」などの説明をしていく。また、有理数を小数で表す方法や分数で表す方法を学ぶことで、数の様々な表し方に触れることができ、今後も数の変換の際の方法の一つとして用いることができるので、柔軟な発想を育むための手段として、意欲的に数学の授業に取り組ませたい。

5. 本時

(1) 本時の目標

- ・すべての数を実数から有理数や無理数などに分類することができる
- ・有理数を小数で表すことができる
- ・有理数を分数で表すことができる

(2) 本時の展開

時間	指導内容・留意点	評価規準
1分	・挨拶 ・プリント配布 ・導入	
4分	①導入 色んな数を黒板に書いて分類していく。 (分数で書ける書けないを導くことが目的)	

5分	<p>① 数の分類</p> <p>この図を描いて単語を入れていく。 図に書き込んでいながらプリントを進んで、徐々に説明していく。</p>	
2分	<p>② 実数とは</p> <p>◆有理数と無理数の定義の説明</p> <p>有理数 →整数 m と正の整数 n を用いて分数 $\frac{m}{n}$ で表される数</p> <p>無理数 →分数で表すことができない数</p>	
2分	<p>◆① $\frac{1}{4}$ の例を用いて有限小数の説明</p> <p>①のように、小数第何位かで終わる小数→有限小数</p>	
5分	<p>◆② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{22}$ の例を用いて無限小数や循環小数の説明</p> <p>・②③について、筆算をして小数で表してもらおう</p> <p>★限りなく続く小数の総称→無限小数</p> <p>★②③のようにあるくらい以下での同じ並びが繰り返される小数→循環小数</p>	<p>●繰り返しを見つけることができるか。</p> <p>●循環小数を表すことができるか。</p>
5分	<p>◆【練 33】</p> <p>1行だけ一緒にやって、その他は解いてもらい、○×問題形式で、全員に手を挙げてもらう。</p>	<p>●数の分類がきちんとできているか。●反例を見つけることができるか。</p>
2分	<p>③ 有理数を小数で表す方法</p> <p>◆【例】有理数 $\frac{17}{54}$ を小数で表しなさい。</p> <p>1) 筆算してもらおう。17÷54 割り切れなくて、「0.00…」でしか表せないことに気付いてもらう。</p>	<p>●筆算と四捨五入をまちがえずにできるか。●繰り返しを見つけて循環小数を表すことができるか。</p>
3分	<p>2) プリント左下の例①②③で、</p>	

2分	<p>循環小数の表し方を教える。</p> <p>3) 1) の式を見て繰り返しを探してもらおう。 →【例】の答えを書いてもらう。</p>	
2分 3分	<p>◆【練習】有理数 $\frac{3}{22}$ を小数で表しなさい。</p> <p>1) 解いてもらう。</p> <p>2) 当てる。解説する。</p>	
	<p>④ 有理数を分数で表す方法</p>	
7分	<p>◆【例】循環小数 $3.2\bar{7} = 3.2727\dots$ を分数で表しなさい。</p> <p>1) 右辺 = x とおく。</p> <p>2) 循環部分が消えるように、$100x$ を求める。</p> <p>3) $100x - x = 324$ の式を作り、$x = \frac{324}{99} = \frac{36}{11}$ となる。</p> <p>★循環する桁数に応じて、10倍や100倍などして、循環する部分が消えるような計算を行う。</p>	<p>●$x =$ でおき、循環部分が消去できるように10倍や100倍などできるか。</p>
3分 3分	<p>◆【練習】循環小数 $5.2\bar{7}6 = 5.27627627\dots$ を分数で表しなさい。</p> <p>1) 解いてもらう。</p> <p>2) 当てる。解説する。</p>	
1分	<p>●宿題の連絡</p> <p>宿題：教科書 練 27-練 30</p> <p>次回当てる人を予告しておく。</p> <p>次回授業：1組 6/30④ 2組 6/28③ 3組 6/27④ 4組 6/29② 5組 6/29⑤ 6組 6/30③</p>	



整数部分, 小数部分

小数 3.14 は $3.14=3+0.14$ と考えられる。

このとき, 3 を 3.14 の整数部分, 0.14 を 3.14 の小数部分という。

$3 < 3.14 < 4$ であるから, 小数部分は次のように表される。

$$0.14 = 3.14 - 3$$

一般に, 正の数 x に対して,

$m \leq x < m+1$ を満たす整数 m を x の 整数部分,
 $x - m$ を x の 小数部分 という。

練習 25 次の方の整数部分と小数部分を, それぞれ求めなさい。

- (1) 5.62 (2) $7.5+1.8$ (3) $\sqrt{2}$

例題 6 $\sqrt{5}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, a^2+b^2 の値を求めなさい。

考え方 $\sqrt{5} = a+b$ より $b = \sqrt{5} - a$ となることを利用する。

解答 $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ であるから $2 < \sqrt{5} < 3$

よって $a = 2$

$\sqrt{5}$ から a をひいたものが b であるから

$$b = \sqrt{5} - a = \sqrt{5} - 2$$

$$\begin{aligned} \text{したがって } a^2 + b^2 &= 2^2 + (\sqrt{5} - 2)^2 \\ &= 4 + (5 - 4\sqrt{5} + 4) \\ &= 13 - 4\sqrt{5} \quad \text{答} \end{aligned}$$

練習 26 $\sqrt{10}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, a^2+b^2 の値を求めなさい。

3. 有理数と無理数

ここで, 今まで学んできた数についてまとめよう。

整数 m と正の整数 n を用いて, 分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を 有理数 という。整数 m は $\frac{m}{1}$ と表されるから, 有理数である。

小数 0.5 など分数で $\frac{1}{2}$ のように表されるから, 有理数である。

整数以外の有理数を小数で表すと, 次のようになる。

- ① $\frac{1}{4} = 0.25$ ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots$ ③ $\frac{7}{22} = 0.3181818\cdots$

① のように, 小数第何位かで終わる小数を 有限小数 といい, 限りなく続く小数を 無限小数 という。無限小数のうち, ②, ③ のように, ある位以下では数字の同じ並びがくり返される小数を 循環小数 という。

たとえば, 有理数 $\frac{17}{54}$ を小数で表すには, 下の図のように計算する。

この計算における余りは, 順に

- 8, 26, 44, 8, ……

であり, 余りには「8, 26, 44」がこの順でくり返し現れることがわかる。

また, 商は順に

- 3, 1, 4, 8, 1, ……

であり, 商には「1, 4, 8」がこの順でくり返し現れる。

よって, 有理数 $\frac{17}{54}$ は循環小数で表される。

一般の有理数について, 整数や有限小数で表される数以外の有理数は, 必ず余りにくり返しが現れる。

		同じ
	0.31481……	
54	170	
	162	
	80	
	54	
	260	
	216	同じ
	440	
	432	
	80	

有理数の性質

整数以外の有理数は、有限小数か循環小数のいずれかで表される。
逆に、有限小数と循環小数は分数の形に表され、有理数である。

循環小数は、記号・を数字の上を書いて次のように表す。

5 $0.666\cdots=0.\dot{6}$, $0.31818\cdots=0.3\dot{1}8$, $1.234234\cdots=1.\dot{2}34$

練習 27 ▶ 次の分数を小数に直し、上のような表し方で書きなさい。

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{8}{9}$ (3) $\frac{3}{22}$ (4) $\frac{15}{7}$

循環小数を分数で表す方法を考えよう。

たとえば、循環小数 $3.\dot{2}7=3.272727\cdots$ について、 $3.272727\cdots=x$

10 とおくと、 $100x=327.272727\cdots$ となる。

$100x-x$ を計算すると

$$\begin{array}{r} 100x=327.272727\cdots \\ -) \quad x=3.272727\cdots \\ \hline 99x=324 \end{array}$$

15 よって、 $x=\frac{324}{99}=\frac{36}{11}$ となり、 $3.\dot{2}7$ は分数で表すと $\frac{36}{11}$ である。

このように、循環する部分の桁数に応じて、循環小数を10倍や100倍することで、循環する部分が消えるような計算を行うとよい。

練習 28 ▶ 次の循環小数を分数で表しなさい。

(1) $0.\dot{1}$ (2) $0.\dot{1}2$ (3) $0.4\dot{5}$ (4) $0.\dot{6}48$ (5) $6.\dot{5}4$

20 練習 29 ▶ 次の式を、分数に直して計算し、結果を循環小数で表しなさい。

(1) $0.3\dot{1}+0.3\dot{2}$ (2) $0.3\dot{6}\times 0.2\dot{1}$ (3) $1.\dot{2}5\div 0.0\dot{5}$

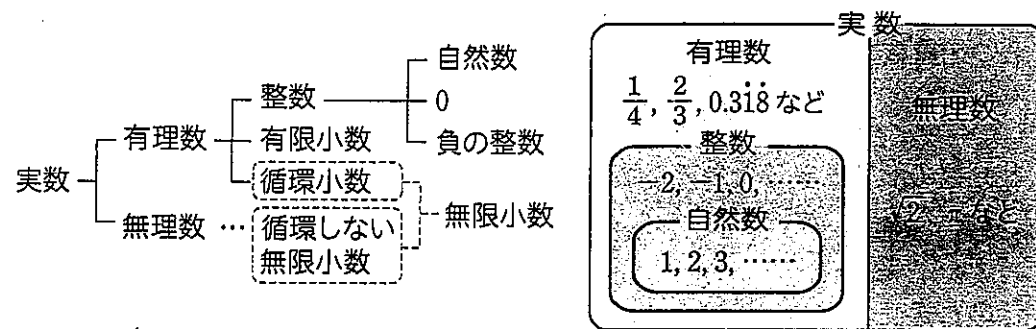
有限小数や無限小数で表される数と整数とを合わせて **実数** という。

有理数でない実数もあり、そのような数を **無理数** という。

無理数は、循環しない無限小数で表される数であり、分数の形に表すことはできない。

5 たとえば、 $\sqrt{2}$ や円周率 π は無理数であることが知られている。

$\sqrt{2}=1.41421356237309\cdots$, $\pi=3.14159265358979\cdots$



a, b が有理数のとき、和 $a+b$ 、差 $a-b$ 、積 ab 、商 $\frac{a}{b}$ は有理数である。

数の範囲を有理数から実数にまで広げると、2つの実数の和、差、積、商は実数である。

10 有理数、実数の範囲では、それぞれつねに四則計算ができる。

注意 商に関しては、0でわることは考えない。

練習 30 ▶ 右の表において、それぞれの

数の範囲で四則計算を考えると、計算がその範囲でつねにできる場合

15 には○、つねにできるとは限らない

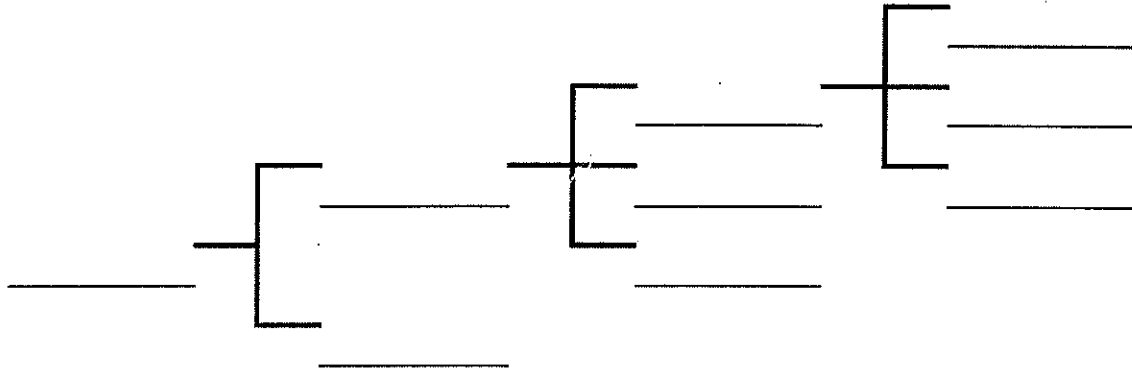
場合には×を書き入れなさい。ただ

し、除法では、0でわることは考えない。

	加法	減法	乗法	除法
自然数				
整数				
有理数				
実数				

③ 有理数と無理数

① 実数の分類



② 実数とは

★整数 m と正の整数 n を用いて分数 $\frac{m}{n}$ で表される数→ _____

① $\frac{1}{4}$ _____

★①のように、小数第何位かで終わる小数→ _____

② $\frac{2}{3}$ _____ ③ $\frac{7}{22}$ _____

★限りなく続く小数の総称→ _____

★無限小数の中で②③のように、ある位以下で数字の同じ並びが、
繰り返される小数→ _____

★分数で表すことができない数→ _____ (例: $\sqrt{2}$ や π)

① 0.6666... _____

② 0.3737373... _____

③ 1.2314314... _____

【練 30】 右の表において、それぞれの数の範囲で四則計算を考えると、計算がその範囲でつねにできる場合には「○」 常にできるとは限らない場合には「×」を書き入れなさい。ただし、除法では0でわることは考えない。

	加法	減法	乗法	除法
自然数				
整数				
有理数				
実数				

③ 有理数を小数で表す方法

【例】 有理数 $\frac{3}{22}$ を小数で表しなさい。

【練】 有理数 $\frac{17}{54}$ を小数で表しなさい。

④ 有理数を分数で表す方法

【例】循環小数 $3.\dot{6}$ を分数で表しなさい。

★循環する桁数に応じて 10 倍や 100 倍などして、循環する部分が消えるような計算を行う。

【練】循環小数 $5.2\dot{7}$ を分数で表しなさい。