

数学科 学習指導案

指導者
指導教諭

- 日時 2023年6月20日(火)5限
2023年6月21日(水)1限
- 学年・組 第1学年12組(42人)
第1学年13組(41人)
- 場所 北館6階67号教室
北館6階66号教室
- 単元名 数学I 2次関数(2次関数の最大・最小)
- 単元の目標

関数の概念、関数の値、関数のグラフなどの意味を正しく理解させる。2次関数のグラフを通して、関数の値の変化を考察し、グラフを利用して、2次関数の最大・最小の求め方とその利用方法を理解させる。

(高等学校学習指導要領 数学I内容 (3)二次関数 イ二次関数の値の変化 (ア)二次関数の最大・最小)

6. 教材観

本単元は、関数を用いて数量の変化を捉えることよさを意識できる単元である。2次関数での様々な知識は、高校で学習する様々な関数の基礎となるため重要である。また、頂点や定義域に着目し、値の変化を考察して関数の最大値、最小値を求める。

7. 生徒観

これまでに生徒は、2次関数のグラフのかき方や、グラフを用いて最大・最小を求めることを学習している。平方完成をして、グラフをかくという内容の小テストを通して多くの生徒がグラフをかくことができるようになってきている。しかし、 x^2 の係数が1でなければ、平方完成すらできない生徒もいる。

グループでの学習を行う際、意見交流には積極的であるが、数名は静かな生徒がいる。そんな生徒も、指名すれば必ず発言をしてくれる。

8. 指導観

他の単元でも、2次関数に帰着させて考える問題も多くある。そのため、知識の定着が必要である。関数とは何か、グラフをかいて、値の変化を考察する力を養いたい。

2次関数最大値・最小値はグラフをかけば理解できる。平方完成できるかどうか、グラフがかけるかどうか重要になってくる。最大値・最小値についての理解を深め、問題に対して応用できるように留意し、指導を行う。

9. 単元の評価規準

観点	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
評価規準	2次関数の様々な問題を解くために必要な基本的な知識・技能を身に付けている。	基本知識を応用し、論理的に思考する数学的な見方や考え方を身に付けている。	学習を通して2次関数に関心を持ち有用性を意識し、探究しようとしている。

10. 単元の指導計画

1 節 2 次関数とグラフ (6 時間)

2 節 2 次関数の値の変化 (8 時間)

第 1 時	・ 定義域に制限のない 2 次関数の最大・最小 ・ 定義域に制限のある 2 次関数の最大・最小①	1 時間
第 2 時	・ 定義域に制限のある 2 時間数の最大・最小② 問題演習	1 時間
第 3 時	・ 2 時関数のグラフの重要な性質まとめ ・ 最大・最小からの係数決定	1 時間
第 4 時	・ 2 次関数の最大・最小 場合分け① 定義域の片側のみ動くタイプ	1 時間 [本時]
第 5 時	・ 2 次関数の最大・最小 場合分け② 軸が動くタイプ	1 時間
第 6 時	・ 2 次関数の最大・最小 場合分け③ 定義域の両側が動くタイプ	1 時間
第 7 時	・ 頂点、軸からの関数の決定 ・ 連立 3 元 1 次方程式	1 時間
第 8 時	・ 3 点から関数を決定	1 時間

3 節 2 次方程式と 2 次不等式 (8 時間)

11. 本時の展開

(1) 本時の目標

- ・ 最大値・最小値が変化の様子を理解しようとする。
- ・ 場合分けをすることで、最大値・最小値が求められるようになる。

(2) 学習過程

	学習内容・活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点	評価規準
導 入 2 分	<ul style="list-style-type: none"> ●いつものグループに分かれる ●復習 2 次関数の最大値・最小値を考えるために グラフをかいてきた。グラフをかく理由 は、一番大きい y の値と一番小さい y の 値を調べるためであった。つまり、 x 軸、 y 軸は書く必要がないことを思い出す。		<ul style="list-style-type: none"> ・ グループに分かれる前 に授業プリント No.6 を 配布する 	
展 開	目標： 場合分けをして、最大値・最小値が求められるようになる			
①	●授業プリント No.6 の内容に入る			

<p>8分</p>	<p>例題 4. $a > 0$ とする。2 次関数 $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq a$) について</p> <p>(1) 最小値とそのときの x の値を求めよ。</p> <p>(2) 最大値とそのときの x の値を求めよ。</p> <p>・ (1) は最小値を求める問題</p> <p>【質問】最小値を求めたいとき、何をするか？</p> <p>・ $y = x^2 - 4x + 1$ について</p> <p>① 平方完成をする</p> <p>② 上に凸か、下に凸か</p> <p>③ 頂点の座標</p> <p>④ 軸の方程式</p> <p>⑤ y 切片</p> <p>②～⑤を読み取る</p> <p>・ desmos を用いてかいたグラフを見る</p> <p>・ 定義域の情報をかき込む</p> <p>【質問】$x=0$ のラインはどこに引けるか？</p> <p>【質問】$x=a$ のラインはどこに引けるか？</p> <p>・ $x=0$ より右側にあることは確かであるが、具体的にどこに引けるのかはわからない</p> <p>・ $x=a$ がどこにあるのかを考える必要がある</p>	<p>平方完成をして、グラフをかく</p> <p>$y = (x - 2)^2 - 3$</p> <p>下に凸</p> <p>(2, -3)</p> <p>$x=2$</p> <p>1</p> <p>y 軸、(0,1)を通るように</p> <p>$x=0$ より右側、y 軸より右側、わからない</p>	<p>・ 1 名指名</p> <p>・ グラフはかかずに、待っておくことを伝える</p> <p>・ ① 1 人指名</p> <p>・ ②～⑤ 1 人指名</p> <p>・ ロイロで画面配信</p> <p>・ 1 人指名</p> <p>・ 1 人指名</p> <p>・ なぜ $x=0$ より右側なのかを問う</p> <p>・ 問題文に「$a > 0$」とかいてあることを気づかせる</p>	<p>平方完成、凸の方向、頂点、軸等を読み取れる(知)</p> <p>考えて、答えを導くことができる(思)</p>
-----------	---	--	---	---

<p>展開② 10分</p>	<ul style="list-style-type: none"> 問題の状況を把握するために、$x=a$ が動くことで定義域が広がっていく様子を確認する <p>【質問】例えば、$x=a$ のラインがこの位置(a が軸より左側)にあるとき、最小値はどこでとるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> 最小値が変わったら STOP という <p>【質問】このとき($x=a$ のラインが軸より右側にあるとき)、最小値どこでとる？</p> <ul style="list-style-type: none"> 最小値が変わったら STOP という <p>【質問】a がもっと大きい値になったとき、最小値をとる場所が変わるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> a の場所によって最小値が変わる <p>【発問】$x=a$ がどこを超えると、最小値が切り替わるのか？</p> <ul style="list-style-type: none"> $x=a$ が軸(頂点)を超えるか、超えないかの2パターンに場合分けを行う 	<p>$x=a$、定義域の右端</p> <p>STOP</p> <p>$x=2$、軸、頂点</p> <p>・変わらない</p> <p>$x=2$、軸、頂点</p>	<ul style="list-style-type: none"> ロイロで画面配信 グループで答えを言い合う 1人指名 前に映しているグラフを見て STOP と言ってもらおう a を動かす グループで答えを言い合う 1人指名 前に映しているグラフを見て STOP と言ってもらおう a を動かす 画面の大きさの都合で、止まったが、本来はずっと続くことを伝える 1人指名 グループで話し合う 1人指名 	<p>考えて、答えを導くことができる(思)</p> <p>考えて、答えを導くことができる(思)</p> <p>考えて、答えを導くことができる(思)</p>
<p>展開③ 8分</p>	<ul style="list-style-type: none"> ●例題 4(1)を解く (ア)$x=a$ が $x=2$ を超えないとき ①a の範囲を読み取る 	<p>$a < 2$、$0 < a < 2$、 $a \leq 2$、$0 < a \leq 2$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ロイロで画面配信 a の値と軸($x=2$)の位置関係で場合分けを行うので、a と 2 の大小関係を比較する 	<p>今までの考察を参考にして、答えを導くことができる</p>

	<p>②どこで最小値をとるのかを読み取る ③最小値を答える</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(イ)も(ア)と同様に行う ・(ア)、(イ)と場合分けして得られた答えをまとめる 	<p>$x=a$、右端 $a^2 - 4a + 1$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・$a>0$と問題文に書いてあることに注意する ・1人指名 ・$x=a$のときのyの値 ・場合分けをしたとき、必ず最後に答えをまとめる 	<p>(知、思)</p>
<p>展開 ④ 10分</p>	<p>【質問】例えば、$x=a$のラインがこの位置(aが軸より左側)にあるとき、最大値はどこでとるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・最大値が変わったら STOP と言う <p>【質問】このとき($x=a$のラインが$x=4$より右側にあるとき)、最大値どこでとる？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・最大値が変わったら STOP と言う <p>【質問】aがもっと大きい値になったとき、最大値をとる場所がかわるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・aの場所によって最大値が変わる 	<p>$x=0$、定義域の左端</p> <p>STOP</p> <p>$x=a$、定義域の右端</p> <p>・変わらない</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ロイロで画面配信 ・グループで答えを言い合う ・1人指名 ・前に映しているグラフを見て STOP と言ってもらおう ・aを動かす ・グループで答えを言い合う ・1人指名 ・前に映しているグラフを見て STOP と言ってもらおう ・aを動かす ・画面の大きさの都合で、止まったが、本来はずっと続くことを伝える ・1人指名 	<p>考えて、答えを導くことができる(思)</p> <p>考えて、答えを導くことができる(思)</p>

	<p>【発問】$x=a$ がどこを超えると、最大値が切り替わるのか？</p> <p>【質問】例えば、同じ高さになる点に $x=a$ が重なるとき、最大値はどこでとるか？</p> <p>【質問】$x=4$ ってどうやって求める？</p> <p>・$x=a$ が、高さが同じになる点を超える、超えない、重なるこの 3 パターンで場合分け</p>	<p>・$x=4$ を超えるかどうか、同じ高さになるところを超えるかどうか</p> <p>$x=0, a$ $x=0, 4$ 2カ所</p>	<p>・グループで話し合う</p> <p>・1名指名</p> <p>・グループで答えを言い合う</p> <p>・1人指名</p> <p>・2次関数のグラフが軸に関して左右対称であることを利用して求めたい</p> <p>・ヒントを出していく</p>	<p>考えて、答えを導くことができる(思)</p>
<p>展開 ⑤ 10分</p>	<p>●例題 4(2)を解く</p> <p>・高さが同じになる点の x の値($x=4$)を求める</p> <p>①高さが同じ→$y=1$ になる x を求める</p> <p>②2次関数のグラフが軸に関して左右対称であることを利用する</p> <p>・(ア)$x=a$ が $x=4$ を超えないとき</p> <p>①a の範囲を読み取る</p> <p>②どこで最大値をとるのかを読み取る</p> <p>③最小値を答える</p> <p>・(イ)(ウ)も(ア)と同様に行う</p>	<p>$a < 4, 0 < a < 4,$ $a \leq 4, 0 < a \leq 4$</p> <p>$x=0$、左端 1</p>	<p>・ロイロで画面配信</p> <p>・どちらの方法でも良いので、高さが同じになるときの x の値は求めてあげる</p> <p>・a の値と高さが同じになる点($x=4$)の位置関係で場合分けを行うので、a と 4 の大小関係を比較する</p> <p>・$a > 0$ と問題文に書いてあることに注意する</p> <p>・1人指名</p> <p>・$x=0$ のときの y の値</p>	<p>今までの考察を参考にして、答えを導くことができる(知、思)</p>

	<ul style="list-style-type: none"> ・(ア)、(イ)、(ウ)と場合分けして得られた答えをまとめる 		<ul style="list-style-type: none"> ・場合分けをしたとき、必ず最後に答えをまとめる 	
まとめ 2分	<ul style="list-style-type: none"> ●まとめ+次回予告 ・aの場所によって、最大値・最小値をとる場所が変化する ・(2)で行った高さが同じになるときのxの値を求める方法とは別で、今後の問題にも対応できる考え方があることを紹介する 		<ul style="list-style-type: none"> ・詳しくは次回 	

例題 4. $a > 0$ とする。2次関数 $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq a$) について

(1) 最小値とそのときの x の値を求めよ。

(2) 最大値とそのときの x の値を求めよ。