

1. 日時 2023年6月8日(木) 第5校時(13:25~14:15)
2. 学級 第2学年1組 A1講座(男子9名、女子17名、計26名)
3. 場所 第2学年1組教室(201教室)
4. 単元名 第3章 図形と方程式

5. 単元の目標

- ・ 数直線や座標平面上の内分点や外分点、2点間の距離を求めることができる。【知識・技能】
- ・ 座標平面上の直線や円を方程式であらわすことができる。【知識・技能】
- ・ 軌跡や不等式が表す領域を求めたり、領域を不等式であらわすことができる。【知識・技能】
- ・ 座標平面上の図形について、構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて考察し図形の性質や位置関係について、考察することができる。【思考・判断・表現】
- ・ いろいろな図形を、座標平面を用いて考察する良さを認識し、いろいろな図形の性質の考察に活用することができる。【主体的に学習に取り組む態度】

6. 指導計画(全22時間)

- (1)点と直線・・・11時間(本時10時間目)
- (2)円・・・5時間
- (3)軌跡と領域・・・6時間

7. 指導上の立場

【単元観】

中学校、高等学校の数学において、図形の移動、円の性質、三平方の定理、座標、1次関数、不等式の性質などについて学んできた。図形の平行移動に関しては中学校でも学んでおり、本単元では、座標平面上において、グラフや図形を平行移動させる。中学数学では円の基本的な性質を学んできたが、円を方程式として扱い、座標平面上で考える。また、中学数学で学んだ座標、1次関数、不等式の性質を組み合わせ、座標平面上における直線や不等式が表す領域を求める。これらを活かし、本単元では、方程式の表す図形やそれらの関係、軌跡、境界線が直線や円となる場合の領域や連立不等式の表す領域について学ぶ。本単元の学習を通して、解析幾何の考え方の有用性を理解し、解析幾何の方法を用いて、いろいろな図形の性質を考察できるようにする。また、今後も三角関数や微積分、ベクトルなど平面図形を用いる場面が多々出てくるので、本単元において図形と方程式の関係をしっかり理解させておく。

【生徒観】

本クラスは文理コースの文系であり、主に国公立大学や私立大学への進学を目指す生徒が多く、学習の意欲が高い生徒が多いクラスである。しかし、数学に対して苦手意識をもつ生徒が多い。グラフを多用し、視覚的にとらえさせ、ただの公式の暗記の授業にならないようにする。また、演習問題には、集中して黙々と解く姿や、生徒同士で教えあう姿が見られる。

【指導観】

これまでの座標に関わる内容は、1次関数や2次関数のグラフをかき、変化の様子を調べるといった関数の学習が中心であった。座標を用いての図形の取り扱いはあまり指導されていないため、丁寧な指導を行う。本単元では、公式が多く登場するが、ただ公式を暗記し機械的に使わせせるのではなく、なぜこの公式の形になるのか、なぜ今この公式を使うと解けるのか、という意味をもって公式を扱えるよう指導する。また、本単元は計算力も要求される内容であるため、生徒の状況に応じて途中式も詳しく解説する。また、図形と方程式の関係を理解させる範囲であるため、煩雑な計算が必要とされる問題はのちに取り組むこととし、基本を大切に指導する。

本時は、これまでに学習したことを活用し、応用例題を解いていくため、発問を積極的に行い、理解度を確認しながら進める。また、これまで学んできたことがつながっていることを実感させる。

8. 単元評価規準

知識・技能	思考力・判断力・表現力	思考力・判断力・表現力
<p>○数直線上や座標平面上において、分点、外分点の座標、三角形の重心の座標を求められる。</p> <p>○与えられた条件を満たす、直線や円の方程式の求め方を理解している。</p> <p>○与えられた条件を満たす点の軌跡を求めることができる。</p> <p>○不等式の表す領域を図示することができる。</p>	<p>○図形的条件を式で表現したり、点の座標を求めるために図形の性質を適切に利用できる。</p> <p>○円の方程式が x, y の2次方程式で表せることを理解している。</p> <p>○平面上の点の軌跡を座標平面を利用して考察することができる。</p>	<p>○図形の問題を座標平面上で代数的に解決する解法の高さを知ろうとする。</p> <p>○点を満たす条件から得られた方程式がどのような図形を表しているかを考察することができる。</p>

9. 単元指導計画

学習活動 (配当時間)	評価規準		
	知識・技能	思考力・判断力・表現力	主体的に学習に取り組む態度
直線上の点 (2)	○数直線上において、①2点間の距離、②線分の内分点、外分点の座標が求められる。	○線分の内分点、外分点の公式を統一して捉えようとする。	○数直線上の点について調べようとする。
平面上の点 (3)	○座標平面上において、①2点間の距離、②線分の内分点、外分点の座標が求められる。		
直線の方程式 (2)	○与えられた条件を満たす直線の方程式の求め方を理解している。		○ x 切片と y 切片が与えられた直線の方程式について、一般に成り立つ性質を考察しようとする。
2直線の関係 (4)	<p>○2直線の平行・垂直条件を理解し求められる。</p> <p>○点と直線の距離の公式を理解して、それを利用することができる。</p>	<p>○図形的表現(線対称など)を式で表現できる。</p> <p>○直線に関して対称な点の座標を求めることができる。</p>	

円の方程式 (2)	<ul style="list-style-type: none"> ○与えられた条件を満たす円の方程式の求め方を理解している。 ○x, yの2次方程式を変形して、その方程式が表す図形を調べることができる。 ○3点を通る円の方程式を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○円の方程式がx, yの2次方程式で表されることを理解している。 ○3点を通る円はこの3点を頂点とする三角形の外接円であることを理解している。 	
円と直線(2)	<ul style="list-style-type: none"> ○円と直線の共有点の座標を求めることができる。 ○円と直線の位置関係を適切な方法で判定できる。 ○円の接線の公式を理解して、それを利用できる。 ○円外の点から引いた接線の方程式を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○円と直線の共有点の個数を、2次方程式の実数解の個数で考察することができる。 ○円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係を代数的に処理することで、円と直線の位置関係を考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○円と直線の位置関係を、2次方程式の判別式や、円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係により調べようとする。
2つの円(1)	<ul style="list-style-type: none"> ○2つの円の位置関係を、中心間の距離と半径の関係から調べることができる。 ○2つの円の位置関係と、中心間の距離と半径から、円の方程式を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○2つの円の位置関係を、中心間の距離と半径の関係で考察することができる。 	
軌跡と方程式(2)	<ul style="list-style-type: none"> ○点が満たす条件から得られた方程式を、図形として考察することができる。 ○軌跡の定義を理解し、与えられた条件を満たす点の軌跡を求めることができる。 ○媒介変数処理が必要な軌跡の求め方を理解している。 	<ul style="list-style-type: none"> ○平面上の点の軌跡を、座標平面を利用して考察することができる。 ○軌跡を求めるには、逆についても調べる必要があることを理解している。 	<ul style="list-style-type: none"> ○点が満たす条件から得られた方程式がどのような図形を表しているかを考察することができる。
不等式の表す領域(4)	<ul style="list-style-type: none"> ○不等式の表す領域を図示することができる。 ○連立不等式の表す領域を図示することができる。 ○領域を利用する1次式の最大値・最小値の求め方を理解している。 	<ul style="list-style-type: none"> ○不等式の満たす解を、座標平面上の点の集合としてみることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○少し複雑な不等式の表す領域についても、興味をもち、取り組もうとする。

10. 本時の学習

(1)本時の目標

2点がある直線に関して対称であるときの条件を理解する。

ある直線に対して、座標がわかっている点と対称な点の座標を求めることができる。

(2)本時の評価規準

知識・技能	直線に関して対称な点の座標を求めることができる。 2点がある直線に関して対称であるときの条件を理解する。
思考・判断・表現	直線に関して対称な点の座標を求める手順を理解している。
主体的に取り組む態度	他の直線や点との関係性にも関心を持つことができる。

(3)本時の展開

段階	学習内容	学習活動と指導者の支援・指導	留意点	評価
導入 (3分)	<p>○2つの直線に対して平行、垂直の条件の復習</p> <p>○本時の目標の確認</p>	<p>発問① $y=3x+2$ に対して平行、垂直な直線の傾きは?</p> <p>○どの生徒もこたえられると予想するが、もし答えられなかった場合、 平行の場合 → 傾きが一致するので3 垂直の場合 → 傾きの積が-1なので-1/3 と教え、これを踏まえて $y=5x+3$ の場合どうなるかを発問しなす。</p> <p>【目標】ある点に関して直線に関して対称な点の座標を求めよう。</p>	<p>○特に垂直な場合の傾きは本時の内容に関わるのでしっかり思い出させる。</p>	<p>○2つの直線に対して平行、垂直の条件について理解している。(知識・技能)</p>
展開1 (15分)	<p>○応用例題1を解く。</p> <p>○周り相談しながら、発問②を考える。</p>	<p>p.81 応用例題1 直線 $2x-y-1=0$ を l としたとき、l に関して点 $A(0,4)$ と対称な点 B の座標を求めよ。</p> <p>○応用例題1を用い、生徒と一緒に解く手順を確認していく</p> <p>発問② 点 B の位置はどこにあるか予想しよう。</p> <p>○座標平面の横に直線と点を1つずつかき、生徒をあてて発問の答えを黒板に書かせる。その時、何故そこにしたのか理由を聞く。</p> <p>直線 l に関して、点 A に対称な点 B は以下の①、②を同時に満たす。 ①直線 AB は直線 l に垂直 ②線分 AB の中点は直線 l 上</p>		<p>○点 B の位置を周り相談しながら、積極的に考察することができる。(主体的に学習に取り組む態度)</p>

<p>展開2 (15分)</p>	<p>○応用例題1を指導者と一緒に手順を確認する。</p> <p>○発問をして、知識を再確認しながら進む。</p> <p>○連立方程式を解く。</p>	<p>○点Bの座標を(p,q)とおく。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>発問③ 直線ℓと直線ABの傾きは?</p> </div> <p>○直線ABの傾きを式で表現する。 ○2直線の傾きを掛けて積が-1になるよう式を立て、整理する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>発問④ 線分ABの中点は?</p> </div> <p>○中点の座標を直線ℓの方程式に代入した式の意味がわからない生徒がいると予想する。 ○$y=2x+1$が(a,b)を通るとき、$b=2a+1$となることを確認させる ○最後の連立方程式は思い出してもらうために、生徒に解かせた後、解く過程を黒板にかく。</p>	<p>○直線ℓの傾きは$y=2x+1$に変形させてから発問する。</p> <p>○わからない場合、ノートを見返して確認させる。</p>	<p>○直線の傾きを求めることができる。(知識・技能)</p> <p>○線分の中点を求めることができる。(知識・技能)</p>
<p>展開3 (15分)</p>	<p>○応用例題1を参考に生徒自身で解く。</p> <p>○解けた生徒から解答を確認する。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>p.81 練習16 直線$3x-2y-6=0$をℓとしたとき、ℓに関して点A(-1,2)と対称な点Bの座標を求めよ。</p> </div> <p>○周りながら、手が止まっている生徒がいたら、応用例題1を参考に、次何をするべきかヒントを与える ○解答はロイロノートに送り、各自で解答を確認させる。</p>		<p>○直線に関して対称な点の座標を求めることができる。(知識・技能)</p>
<p>まとめ (2分)</p>		<p>○全員答えを確認させ、改めて解説しながら、2点がある直線に関して対称であるときの条件を再確認させる。</p>		

(4)本時の使用教材

・教科書:「新編 数学Ⅱ」 数研出版