

数学科学習指導案 数学Ⅱ

- 1.日時 2023年9月21日第6校時
- 2.指導者 指導教諭
- 3.学級 2年5組
- 4.教材 数研出版 NEXT 数学Ⅱ
- 5.単元名 数研出版 NEXT 数学Ⅱ【第3章 図形と方程式】
- 6.単元について

(1)教材観

図形に関しては、これまでにその性質や計量について学習しており、座標や式に関わる内容については、中学校第1学年～第3学年で、一次関数をグラフとして表す方法や、比例、反比例、また関数 $y=ax^2$ のグラフが、 y 軸を対称軸とする線対称な曲線であることを取り扱っている。「数学I」では、一般の二次関数のグラフの性質について考察している。

この単元ではそれらを拡張し、他方から二次関数についてアプローチする。座標を用いて、直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に表現して調べる方法を理解し、その有用性を認識するとともに、それらをいろいろな事象の考察に活用する能力を養う。

(2)生徒観

2年5組の学習傾向について。授業を受ける姿勢は良く、授業中問題を与えた際、ほとんど全員の生徒がそれに向かって取り組む姿勢が見られる。授業で教えられた範囲は理解をしており、練習問題においてもスムーズに解答を導き出せている生徒も多い。

文系クラスということもあり、数学に苦手意識がある生徒が多く、初出の問題や、応用問題については書き出しの段階でペンが止まっている生徒が多数見受けられる。わからない問題を周りと話し合い、解決に向かう姿は多少見受けられるが、与えられた問題に取り組んだのち、自発的に「これはどうだろう」と新しく問いを立てて学習を理解を深める生徒は少ないように思える。

(3)指導観

この単元は平面座標を多く用いるので、ICTを効果的に使用し、実際に移動しているグラフなどを説明に組み込み、視覚的に関数の動きを捉えさせるように展開する。中学校、数Ⅰで習ったことに直接的に関係があることばかりなので、既習の範囲と関連づけて、つながりを明確化した上で、図形と方程式の関係性を具体的にイメージできるようにICTを活用し、指導する。

軌跡の分野は形式的な答え方なので、なぜそうなるか、なぜこの様にして示さないといけないのかを明確にし、数学的に事象を見られるよう指導する。既習の公式などを覚えている生徒は少ないので、毎度丁寧に復習を挟み、授業を進める必要がある。

学習指導要領にもあるが、このクラスに足りない能力である、粘り強く柔軟に問題に取り組む能力を身につけさせる授業を、展開していきたい。

7.単元の目標

(1)知識及び技能について

(ア)座標を用いて、平面上の線分を内分する点、外分する点の位置や二点間の距離を表すこと。

(イ)座標平面上の直線や円を方程式で表すこと。

(ウ)軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めること。

(エ)簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。

(2)思考力、判断力、表現力等について

(ア)座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察すること。

(イ)数量と図形との関係などに着目し、日常や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて軌跡や不等式の表す領域を座標平面上に表すなどして、問題解決に活用したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

(3)学びに向かう力、人間性等について

数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとし、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする。

8.単元の評価基準

ア知識・技能	イ思考・判断・表現	ウ主体的に学習に取り組む態度
<p>①座標平面上の図形やそれを表す数式の関係について、理解している。</p> <p>②座標平面上の図形を方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について理解している。</p> <p>③事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることに関する技能を身に付けている。</p>	<p>①図形と方程式に関する概念などを、関心に基づいて発展させ考察し、表現することができる。</p> <p>②複数の図形の関係に関して、それらの距離や導かれる数式に着目して、様々な視点から図形の関係性を考察し、表現することができる。</p>	<p>①数学のよさを認識し、様々な場面で数学を活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。</p> <p>②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。</p>

9.学習指導と評価の計画

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活動及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

次(時間)	ねらい	学習内容・学習活動	評価基準
1(1)	距離の定義を日常生活と結びつけ認識させる。また内分、外分を数直線を使い、視覚的にも理解させる。	<ul style="list-style-type: none"> 数直線上の2点間の距離の表し方をまなぶ。 線分の内分、外分について学び、それぞれ座標を導けるようにする。 	ア①
2(3)	数直線の内分、外分がこうであるから、座標平面もこうであるというつながりを公式を見て認識させる。三平方の定理から公式を導入できることを体験させて、数学の面白さを感じさせる。	<ul style="list-style-type: none"> 座標平面上の二点間の距離について学ぶ。 座標平面上での内分点外分点を学ぶ。数直線上の内分、外分との関わりを考察する。 三角形の重心の座標について学び、導出方法から内分との関わりを理解する。 	ア① ウ①
3(3)	条件によって公式が使い分けられるよう、条件と公式をそれぞれ照らし合わせて説明する。x,y,1など文字が多くなり、複雑になるので、練習問題で解き方を体に染み込ませる。	<ul style="list-style-type: none"> 直線の方程式の2通りの表し方を学び、どの条件でどの方程式が使えるかを理解する。 2直線の平行、垂直について学び、それぞれの式の性質について考察する。 点と直線について学び、位置関係による値の変化を考察する。 	ア② イ①②
4(2)	中心、半径をどの問題でも生徒に聞き、円の基礎知識を定着させる。三元連立方程式などで計算が複雑になるので、落ち着いて、粘り強く計算する力を身につけさせる。	<ul style="list-style-type: none"> 円の方程式について学び、その複数の導出方法について理解する。 	ア① イ①
5(3)	常に数式だけでなく、図を意識させ、円と直線の位置関係を実際に想像しながら、問題に取り組ませる。使える材料が増えてくるので、どの解き方が適切か、問題を解く中で判断させる。	<ul style="list-style-type: none"> 円と直線の位置関係について考察し、それらを数式と図で表せるようにする。 円の接戦の方程式について学び、位置関係と数式の変化を考察する。 	ア② イ② ウ①

6(1)	常に数式だけでなく、図を意識させ、二つの円の位置関係を実際に想像しながら、問題に取り組ませる。	<ul style="list-style-type: none"> ・二つの円の位置関係、共有点の座標の導出方法を学ぶ。 ・図を用いて、位置関係について考察する。 	ア② イ②
7(2)	形式的な答え方が必要になってくるが、書き写すだけでなく、なぜこの文言が必要なのか、理解させた上で問題に取り組ませる。一度では理解できないはずなので、反復させて、答え方を身につけさせる。	<ul style="list-style-type: none"> ・軌跡を求める手順について学び、軌跡の示し方について、考察する。 ・実際にグラフソフトを使いながら、どのような軌跡になるかを考察しながら、問題に取り組む。 	ア③ イ①② ウ①②
8(2)	与えられた条件を的確に図に表現できているかを確認する。不等式が持つ意味を正しく理解できているかを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> ・不等式が表す領域を、直線、円、連立不等式について考察する。またそれらを用いて、最大、最小を図形的に考察し、解答を導く。 	ア③ イ②

10.本時の指導計画

(1)指導の目標

軌跡の求め方を理解し、簡単な軌跡を求められるようになる。

(2)評価の観点

軌跡の求め方の手順を理解する。(ア)

簡単な軌跡を求められる。(ア・イ)

意欲的に問題に取り組み、粘り強く考え答えを導こうとする姿勢がある。(ウ)

(3)学習の過程

時間	学習活動 (○指導・発問など)(●予想される生徒の反応)	指導と配慮事項・評価 (評価方法)
《導入》 4分	<p>○軌跡とはどういうものか、軌跡についてイメージを発言させる。 ●車輪の跡、犬の足跡、誰かの通ってきた跡、功績という答えがあがる。</p> <p>○円が、ある点Oからr離れた点の集合であるということと軌跡を関連付けさせる。</p> <p>○「与えられた条件を満たす点全体の集合を、その条件を満たす点の軌跡という。」</p>	<p>日常的な例で、車の車輪の跡や、犬の足跡などの答えが返ってこない場合は、こちらから気づかせるために誘導する。</p>
《展開1》 15分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>例13『2点A(0, 2)B(4, 0)に対して、$AP=BP$を満たす点Pの軌跡』について考えてみよう。</p> </div> <p>○文から読み取れることを座標平面に表させる。 ●点A、Bを記し、$AP=BP$を満たすようなPを一点記す。</p> <p>○2点間の距離の公式を覚えているか発問する。 $AP=BP$から2点間の距離の公式を用い、立式させる。 ●覚えていない場合は教科書を見て、確認する。</p> <p>○等号は両辺を二乗しても等号が成り立つことを利用し、式を整理する。そして直線の方程式を導く。</p> <p>○geogebraを使い、実際に求めた直線になるか図で確認する。</p> <p>○「$AP=BP$を満たす点Pは直線$2x-y-3=0$上にある。」ことだけでなく、その逆である「この直線上のすべての点Pについて$AP=BP$である」ことも示さなければならない。これらを示すことで点Pの軌跡が直線$2x-y-3=0$であることがいえる。</p>	<p>難しそうであれば、適宜ヒントを挟み、生徒の理解を促す。</p> <p>P77を確認させる。 (ア①) 二点間の距離の公式は√がついているので、教科書では事前に二乗していることも説明する。</p>

<p>《展開2》 3分</p>	<p>○教科書を用いて、軌跡を求める手順を確認させる。最初に条件を満たす点Pの座標を(x, y)とおくこと、逆を必ず示すことを重点的に伝える。</p>	<p>文章だけでは理解できない生徒もいるので、例13の解答と照らし合わせながら、説明する。</p>
<p>《展開3》 21分</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>例題7『2点O(0, 0)A(3, 0)からの距離の比が2:1である点Pの軌跡を求めよ。』</p> </div> <p>○軌跡を求める上で、最初になにをするか発問する。 ●軌跡を求める手段を確認する。</p> <p>○文から読み取れることを座標平面に表させる。 ●点O、Aを記し、O、Aそれぞれからの距離の比が2:1になるような点Pを一点記す。</p> <p>○条件を距離OP、APを使って方程式にしてみるとどうなるか発問する。 ●例13を参考にし、等号は両辺を二乗しても等号が成り立つことを利用し、導く。</p> <p>○整理して出てきた方程式はどのような図形を表すか発問する。 ●平方完成を用いて、円の方程式を導く。</p> <p>○geogebraを使い、実際に円になるかを図で確認する。</p> <p>○逆を示すことを再度確認する。</p> <p>○前ページの軌跡を求める順序1、2はそれぞれ解答のどこにあたるか発問する。 ●軌跡を求める手順を確認し、どの文から逆について言及しているか、確認する。</p> <p>○練習35に取り組みせ、解答は電子黒板に表示する。 ●例題7を参考にし、軌跡を求める手順を確認しながら、問題に取り組む。</p>	<p>前ページの軌跡を求める手順を参考にしながら、問題を解くよう促す。 (イ①)</p> <p>質問に対する回答が出づらいうようなら、適宜にヒントを与え、生徒の思考を促す。</p> <p>解答の仕方を確認する。 (ア①イ①)</p> <p>(アイウ) 練習35については次の時間に答え合わせをする予定だが、時間があればこの時間中に答え合わせをする。</p>
<p>《まとめ》 2分</p>	<p>○軌跡を求める手順に従って進めていくことを確認する。 ○問題文から読み取れることを図に表し、イメージを持って解き進めていくことを再度伝える。</p>	