

数学科 学習指導案

学校名

指導者

- 1 学年・組 第2学年 3組 37名
- 2 日 時 令和5年 9月 14日 木曜日 4校時
- 3 場 所 2年3組HR教室
- 4 単元(題材)名
図形と方程式(数学Ⅱ)

5. 単元の目標

座標や式を用いて、直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に表現し、その有用性について理解するとともに、事象の考察に活用することができる。

6. 単元の評価規準

A. 関心・意欲・態度	B. 数学的な技能	C. 知識・理解
図形の性質や関係を解析幾何学における方法で考察できることに関心を持ち、それらを事象の考察に進んで活用しようとする。	図形の性質や関係を方程式や不等式を用いて調べることができ、事象を数学的に表現・処理する技能を身に付けている。	図形とそれを表す方程式・不等式の関係について理解し、基礎的な知識を身につけている。

7 単元について

〈教材観〉

本単元では、方程式の表す図形やそれらの関係、軌跡、境界線が直線や円となる場合の領域や連立不等式の表す領域について学ぶ。図形を方程式や不等式で表し、その性質あるいはそれらの関係を式を利用して考察する活動を通して、図形を解析幾何学における方法で扱うことの有用性について理解を深める。

〈生徒観〉

本学級の生徒は、37名で構成されている。生徒はこれまでに、座標や式にかかわる内容として一次関数・二次関数を学習し、関数についての考察や理解は深めているが、座標系と図形を関連させた学習は薄いと思われる。また、学習に対して意欲的な生徒がほとんどであり、問題演習も積極的に取り組み、自分で解決方法を考え、それを表現することが苦手な生徒が多い。また、知識の定着に時間がかかるため、基本的な問題演習に数多く取り組ませる必要がある。

〈指導観〉

本単元では、解析幾何の方法を理解することが大きな目標であるが、指導にあたっては、単に解析幾何の方法を習熟させることだけにとどまらず、初等幾何の方法と比較し、解析幾何の方法の有用性を認識させたり、「数学B」のベクトル幾何の方法を意識させたりする工夫が必要である。また、図形の見方の進展については、小学校段階からの指導事項のつながりを整理し、それを踏まえた指導が必要である。

8 単元の指導計画

- ・直線上の点 (2 限)
- ・平面上の点 (3 限)
- ・直線の方程式 (2 限)
- ・2直線の平行と垂直 (3 限)
- ・2直線の交点を通る直線群 (1 限)
- ・円の方程式 (2 限) (本時 1/2)
- ・円と直線 (4 限)
- ・軌跡と方程式 (3 限)
- ・不等式の表す領域 (5 限)

9 本時の授業について

① 本時の目標

1. 円の方程式 (標準形・一般形) について理解する。
2. 与えられた条件から中心の座標や半径、円の方程式を求めることができる。

② 本時の展開 (指導過程)

段階	学習活動	形態	学習活動への支援と留意点	評価方法	評価規準
導入	<ul style="list-style-type: none"> ・ プリントを配布し、これから考える単元の概要の説明をする。 ・ 円とは・・・ 平面上の中心からの距離が等しい点の集合でできる曲線 ・ 今授業での2つの目的を明確に提示し、生徒自身の今授業での目標を自覚させる。 	5分	<ul style="list-style-type: none"> ・ PowerPoint を見せながら説明する。 ・ 点の集合の集まりという点を強調する。 ・ これから「何を学ぶのか」を言葉で伝えることの重要性を伝える。 	・ 授業態度	A
展開 1-1	<ol style="list-style-type: none"> ① 教科書 p.86 を開かせる。 ② 平面座標上の円について考える。 ・ 中心原点, 半径 r ・ 円周上の点 $P(x, y)$ ③ 直角三角形を作る。 底辺: x 高さ: y 斜辺: r 三平方の定理を使って 原点中心の円の方程式 $x^2 + y^2 = r^2$ 		<ol style="list-style-type: none"> ① <ul style="list-style-type: none"> ・ 教科書を開いているか生徒を確認する。 ③ <ul style="list-style-type: none"> ・ $CP = \text{半径}$と答えさせる。 ・ 答えが出ない場合、中心と円周上の点の関係について考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 授業態度 ・ 学習活動の観察 ・ 机間指導 ・ 発問評価 	<p>A</p> <p>A</p> <p>AC</p>

展開 1-1	<p>④ 点C(a, b)を中心とする半径rの円を考える。 →原点中心の円の方程式をx軸a y軸にbだけ平行移動している。 円の方程式(標準形) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$</p>	<ul style="list-style-type: none"> 三平方の定理を生徒に答えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> 授業態度 学習活動の観察 机間指導 発問評価 	A
	<p>⑤ ここまでのまとめ 円の方程式(標準形) 中心(a, b), 半径rの時 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 中心: 原点, 半径rの時 $x^2 + y^2 = r^2$ <Point> 円の方程式(標準形)はすぐに円の中心の座標と半径がわかる。 ⇒円の中心の座標と半径がわかれば円の方程式がかける!</p>	<p>④</p> <ul style="list-style-type: none"> 原点中心の円から平行移動していることについて触れる。 重要な公式であるため強調させる。 <p>⑤</p> <ul style="list-style-type: none"> 円の方程式(標準形)に必要な要素は <ul style="list-style-type: none"> 中心の座標 半径 半径の2乗になっていることに注意する。 原点 = (0, 0) ということを生徒に伝える。 		ABC
	<p>⑥ 例10 点(4, -3)を中心とする半径5の円の方程式を求めなさい。 <解答> $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 25$</p>	<p>2 5 分</p> <p>⑥</p> <ul style="list-style-type: none"> あらかじめ解法を示す。 生徒を指名し、公式にきちんと代入できているか確認する。 符号等の代入ミスがないか気を付ける。 		ABC
<p>⑦ 練習 21 次のような円の方程式を求めよ。</p> <p>(1) 中心が原点, 半径が2 <解答> $x^2 + y^2 = 4$</p> <p>(2) 中心が点(2, 3), 半径が4 <解答> $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$</p> <p>(3) 中心が点(-2, 1), 半径が$\sqrt{10}$ <解答> $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$</p>	<p>⑦</p> <ul style="list-style-type: none"> 比較的に簡単な問題であるため5分程度の時間を用意する。 原点を(0, 0)と置けているか確認する。 符号、半径の2乗の間違いがないか確認する。 	ABC		

	<p>⑧ 例 11 2点 A(3, 4), B(-1, 2) を直径の両端とする円について、中心 C の座標と半径 r を求めよ。 <解答> 中心の座標 : (1, 3) 半径 : $r = \sqrt{5}$</p>	<p>⑧ ・ あらかじめ解法を示す。 ・ 生徒を指名し、公式にきちんと代入できているか確認する。</p>	<p>・ 授業態度 ・ 学習活動の観察 ・ 机間指導 ・ 発問評価</p>	<p>ABC ABC</p>
<p>展開 1-2</p>	<p>B. $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ の表す図形 ① 円の方程式 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 5$ を展開させて $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 8 = 0$ を計算させる。 ② ここでこの方程式が何の図形を表すかの予想を問う。(おそらくわからない) ③ GeoGebra を用いて円になることを視覚的に見せる。 ④ $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ は円の方程式(一般形)であることを示す。 →この方程式では中心の座標や半径がわからないので円の方程式(標準形)に直す必要がある。 ⑤ 円の方程式(標準形) → 円の方程式(一般形)は展開して整理。 円の方程式(一般形) → 円の方程式(標準形)は x, y について平方完成する。</p>	<p>⑧ ・ 符号、半径の2乗の間違いがないか確認する。 ・ 中点の座標をきちんと求められているか確認する。</p> <p>① ・ 展開の計算がきちんとできているか確認する。 ・ 一つ一つの計算を詳しく説明する。</p> <p>② ・ 何人かの生徒を指名して答えさせる。</p> <p>③ ・ 生徒が注目しているかの確認する。</p> <p>④ ・ 重要な公式であるため強調させる。 ・ 円の方程式(一般形)が問題で出されることが多い。</p>	<p>・ 授業態度 ・ 学習活動の観察 ・ 机間指導 ・ 発問評価</p>	<p>ABC AC A AC AC</p>

1
5
分

	<p>⑥ 例 12 方程式 $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ はどんな図形を表すか。 ※ 図も書いてみよう。 <解答> 点 (3, -1) を中心とする半径 4 の円。</p> <p>⑦ 練習 24 次の方程式はどのような図形を表すか。(時間がなければ宿題) ※ 図も書いてみよう。 (1) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ <解答> 点 (-2, 1) を中心とする半径 3 の円。 (2) $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0$ <解答> 点 (-3, -4) を中心とする半径 4 の円。</p>	<p>⑥</p> <ul style="list-style-type: none"> あらかじめ解法を示す。 生徒を指名し、公式にきちんと代入できているか確認する。 平方完成のやり方がきちんと理解しているかの確認する。 GeoGebra で円になっているかどうかの確認。 <p>⑦</p> <ul style="list-style-type: none"> 符号、半径の 2 乗の間違いがないか確認する。 平方完成のやり方がきちんと理解しているかの確認をする。 図をきちんとかけているかの確認をする。 時間に間に合わなさそうなら宿題にする。 	<ul style="list-style-type: none"> 授業態度 学習活動の観察 机間指導 発問評価 	<p>ABC</p> <p>ABC</p>
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> 点 (a, b) を中心とする半径 r の円の方程式 (標準形) は $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 円の方程式 (一般形) の方程式は定数 l, m, n を用いて $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ 円の方程式 (標準形) → 円の方程式 (一般形) は展開して整理すると得られる。 円の方程式 (一般形) → 円の方程式 (標準形) は x, y について平方完成して整理すれば得られる。 	<p>5分</p> <ul style="list-style-type: none"> 今回やった内容を生徒と一緒に確認する。 言葉と公式のつながりを気を付けながら進める。 	<ul style="list-style-type: none"> 授業態度 発問評価 	<p>ABC</p>

10 用意するもの

- ・ 配布プリント
- ・ 教科書 (数研)
- ・ 授業資料 (Power Point)