数学科　　学 習 指 導 案

指導者 [redacted]
授業者 [redacted]

１．日　時　：　令和４年　６月21日（火）
　　　　　　　　第６校時　14：20～15：10

２．学　級　：　高校　第[redacted]学年[redacted]組　40名（男16名、女24名）

３．単元名　：　数学Ⅱ、第３章：図形と方程式、第２節：円

４．単元について

(1)　単元観

これまで生徒達は、円について様々な性質や特徴、他の図形との関係性など、幾何的な観点から学習してきた。本単元の「図形と方程式（円）」は、円を座標平面上において考えることにより、方程式を用いて円を表現することを学び、円の性質を関係式の観点から明らかにしていく単元である。

(2)　生徒観

H1-2 のクラスは授業中、非常に静かなクラスである。学習意欲は高いが、一人で問題を解こうとする姿勢が強く見受けられる。演習問題を取り組むときは、周囲との相談を促すことで、生徒達の視野が広がることを目標に指導する。

(3)　指導観

円は、容易くイメージできる図形の一種である。これを座標平面上において考えることで、「図形と方程式」の理解を促したいと考える。例えば、「二点の距離」や「点と直線の距離」等、これまで学習したことと本単元を繋げることで、生徒の思考力や応用力を養いたいと考える。

5．単元目標

・円の方程式（標準形と一般形）を理解し、使用できるようになる。
・円と直線の幾何的関係性を座標を用いた関係式で表現できるようになる。
・２つの円の幾何的関係性を座標を用いた関係式で表現できるようになる。

6．単元の評価基準

知能及び技能	思考力、判断力、表現力	主体的に学習に取り組む態度
図形とそれを表す方程式や不等式について理解し、基礎的な知識を身に付けている。 また、学んだ関係式を生徒自ら組み立てられるようになっている。	様々な条件から、円の関係式を導き、それを活用できるようになること。また、適切に関係式の使い分けができるようになる。	図形の関係を座標平面で捉えて考察できることを学び、それらを活用しようとする。

7．本時の目標

（1） 知識及び技能

座標平面上における円の表し方である、円の方程式（標準形・一般形）を理解する。そして、様々な場面で活用できるように練習を積む。

（2） 思考力、判断力、表現力

様々な出題において、中心の座標と半径から円の方程式を求めることができる。

（3） 主体的に学習に取り組む態度

・円の方程式（標準形・一般形）の成り立ちについて理解をしようとする。

・教科書や教師に示された導出過程と、生徒自身の導出過程が違う場合は、たとえ結果が同じであっても、その理由を考察しようとする。

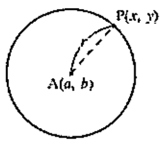
8．準備物

本時で扱う教科書：数研出版　『数学Ⅱ』

(1)　指導者：教科書、チョーク、板書計画書

(2)　生　徒：教科書、筆記用具、ノート

9．本時の展開

配分時間 (経過時間)	学習内容・学習活動	指導上の留意点
	【挨拶】 日直に号令をさせる。	
10分 (10分)	【展開1-1】 $\boxed{\text{テーマ}}$ 円の方程式（標準形）とその成り立ち ① 教科書p.92を開かせ、テーマを示す ② 円を座標平面上にかかせる ・中心：(a, b)、半径：rとおく ・円周上の点をP(x, y)とおく  ③ この図において、点Pが円周上にあるための条件を問う。 $AP = r$　(1) ④ APの距離を求めさせる ・2点間の距離の公式を振り返る $AP = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$　(2) ⑤ 式(1)と式(2)より $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$　(3) ⑥ 式(3)の両辺を二乗すると $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$	これから、「何を学ぶか」を言葉で考えることの重要性を伝える。 AP＝半径を生徒に答えさせる。 答えがでないときは、中心と円周上の点の関係について考えるように伝える。 公式を使うために必要な要素は ① 中心の座標

	⑦ 公式の紹介 円の方程式（標準形） 中心：(a, b)、半径：r のとき $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	② 半径の長さ
15分 (25分)	【展開 1-2】 教 p.92（例 10） 中心が$(1,-3)$、半径が 2 の 円の方程式を求めよ。 ○確認事項 ・負の数の代入ができているか ・半径を代入するとき、二乗を忘れずにできているか。 ○解答 $(x-1)^2+(y+3)^2=4$ 教 p.92（練習 20） 次のような円の方程式を求めよ。 (1) 中心が原点、半径が 3 (2) 中心が$(-2,3)$、半径が$\sqrt{5}$ (1)… ○解説の手順 ・円の方程式を使うために必要な 2 つの要素を確認する。 ・そのうえで、原点は、(0,0) であることを確認する。 ・以上から、円の方程式を求める。 ○解答	・必ず、板書にも図を書き、生徒にも図を書くよう指示する。 ・はじめの演習問題である(例 10)は、はじめから黒板で解法を示す。 ・このとき、生徒を指名し、公式への代入が適切に行えているかの確認をする。 ・必ず、図を書くように指示する。 ・(練習 20)（練習 21）は非常に基礎的な問題である。そのため、生徒が解く時間を短めに2分ほど用意する。 ・その2分間に、板書の準備を進めることで、テンポの良い授業となるこことを目指す。

	$x^2+y^2=9$ →特に、原点のときの円の方程式の形をここで学ばせる。 **円の方程式（中心が原点のとき）** 中心：原点、半径：r のとき $x^2+y^2=r^2$ (2) ○解説の手順 ・再度、円の方程式を使うために必要な2つの要素を確認する。 ・円の方程式に代入 ○解答 $(x+2)^2+(y-3)^2=5$ 教 p.92（練習 21） 円：$(x+3)^2+(y-2)^2=3$ この円の中心と半径を求めよ。 ○解答 中心（-3,2）、半径$\sqrt{3}$	・考えさせる時間は与えず、その場で答えさせる。

15分 (40分)	【展開 1-3】 教 p.93（例題 5） 次のような円の方程式を求めよ (1)　点(4,3)を中心とし、原点を通る。 (3)　2 点(−2, −1),(2,3)を 　　直径の両端とする。 (1) ○解説の手順 ・再度、円の方程式に必要な 2 つの要素を確認する。 ・中心の座標は与えられている。 ・半径を求める →図を書くことで気づかせる。 ・半径rは、中心と円周上の点（4,3）の距離であるから、 $r = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2}$ よって、$r = 5$ ○解答 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ (2) ○解説の手順 ・再度、円の方程式に必要な 2 つの要素を確認する。 ・図に、半径と中心を書き込ませ、求める手順を考えさせる。 ・中心は、直径の両端の中点であることから、以下のように求められることを伝える。 $\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$ すなわち、(0,1)	（例題 5） 必ず、図を書くように伝える。 とくに、(1) は、円が原点を通過しているかを確認する。

	・半径rは、中心$(0,1)$と点$(2,3)$の距離であるため、二点間の距離より求める。 $r=\sqrt{(0-2)^2+(1-3)^2}$ よって、$r=2\sqrt{2}$ ○解答　$x^2+(y-1)^2=8$ **教 p.93（練習 22）** (1) 次のような円の方程式を求めよ 点$(-1,2)$を中心とし、$(2,3)$を通る。 (2) 2点$(2,2),(0,-6)$を直径の両端とする。 (1) ○解説の手順 (1) ・半径rは、中心$(-1,2)$と$(2,3)$の距離より、 $r=\sqrt{(2-(-1))^2+(3-2)^2}$ よって、$r=\sqrt{10}$ ○解答 $(x+1)^2+(y-2)^2=10$ (2) ○解説の手順 ・中心座標を求める $\left(\frac{2+0}{2},\frac{2+(-6)}{2}\right)$ すなわち、$(1,-2)$ ・半径rは、中心と通る点の距離より、 $r=\sqrt{(2-1)^2+(2-(-2))^2}$ よって、$r=\sqrt{17}$ ○解答　$(x-1)^2+(y+2)^2=17$	例題5と同様に説明をするが、重要な箇所のみを確認し、早く済ませる。

10分 (50分)	**【展開2-1】** $\boxed{\text{テーマ}}$円の方程式（一般形）について ① 練習22から考えてみると $(x-1)^2+(y+2)^2=17$ $x^2+y^2-2x+4y-12=0$ 円の方程式を変形すると、このようになることを示す。 ② 考察：この形の式でも、円を表す場合はあることを意識させる。 $x^2+y^2+\circ x+\triangle y+\square=0$ ③ 具体例を提示する。 教p.94（例11） 次の方程式が表す図形を求めよ $x^2+y^2+2x-4y-20=0$ ・平方完成をするように促す。 ○解説の手順 この式を変形させると、 $(x+1)^2+(y-2)^2-20-(1)-(4)=0$ $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ ○解答　中心は、点(-1,2) 半径は、5	 放物線の式を平方完成させたときと同じ要領で変形するように伝える。

	教 p.94（練習 23） 次の方程式が表す図形を求めよ (1) $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ (2) $x^2+y^2+6x-8y+16=0$ (1) ○解説の手順 この式を変形させると、 $(x-1)^2+(y+2)^2-11-(1)-(4)$ $=0$ $(x-1)^2+(y+2)^2=16$ ○解答　　中心は、点(1,-2) 半径は、4 (2) ○解説の手順 この式を変形させると、 $(x+3)^2+(y-4)^2+16-(9)-(16)$ $=0$ $(x-1)^2+(y+2)^2=9$ ○解答　　中心は、点(-3,4) 半径は、3	