

## 第三学年数学科学習指導案

日時：平成 30 年 6 月 22 日(木) 第 4 限

指導者：XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

学年・組：3 年 A 組

教材：数研出版 改訂版 STEP 演習 中学数学 3

1. 単元名：第 4 章 関数  $y = ax^2$

2. 本単元について

### ①教材観

中学校第 2 学年において 1 次関数を学んだ。関数とは、二つの変数  $x, y$  のうち  $x$  の値が定まると、それに対応して  $y$  の値がただ一つ決まるものである。そのとき、 $y$  は  $x$  の関数であるという。1 次関数は  $y = ax + b$  の形で表される関数である。特に  $y = ax$  は比例を表す。 $y$  が  $x$  の関数の時、 $x$  の変域を定義域、定義域  $x$  の値に対して  $y$  が取りうる値の範囲を値域という。

1 次関数  $y = ax + b$  では  $a > 0$  ならば右肩上がり、 $a < 0$  ならば右肩下がりのグラフとなり定義域の端と値域の端が必ず一致する。 $(a = 0$  の時、 $x$  軸に平行な直線となる)。

本単元では、関数  $y = ax^2$  における値の変化について考える。関数  $y = ax^2$  は  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例する関数であり、 $a$  を比例定数という。関数  $y = ax^2$  のグラフは原点を通り、 $a > 0$  ならば下に凸、 $a < 0$  ならば上に凸の放物線を描く。また、 $x$  軸に関して対称である。このとき、原点を関数  $y = ax^2$  の頂点( $a > 0$  ならば頂点が最小値、 $a < 0$  ならば頂点が最大値)、 $x$  軸を関数の軸という。1 次関数  $y = ax + b$  は定義域の端と値域の端が必ず対応していたのに対し、関数  $y = ax^2$  は定義域  $x$  に  $x = 0$  が含まれ、定義域の端が  $x = 0$  でないとき対応しない。ゆえに、関数  $y = ax^2$  の定義域は端と値域の端は必ずしも対応するわけではないので注意する必要がある。また放物線と直線の交点を連立方程式で求めることができる。

私たちの身の回りには、二つの数量の関係が関数となっていることはよくある。例えば、物体を落下させたときの時間と距離などである。このように関数は日常生活に存在する。本単元「関数  $y = ax^2$ 」は事象を式や表、グラフで表すことで事象の変化や対応をとらえることができるとともに、 $y$  が  $x$  の 2 乗に比例する関数であるので規則的な変化からおおよその値を予測できたり、定義域によって最大値や最小値が存在することを学ぶ。

また本単元で学ぶ内容は数学 I の範囲である 2 次関数の内容や数学 II の微分・積分、物理学などの分野に応用することができる。

## ②生徒観

前単元で数に関する問題や図形に関する問題を2次方程式で表し、解を求める授業活動を行った。主体的に問題を式に表し、解を求める生徒が多く見られた。また数学科授業に対し主体的に取り組む生徒が多く見られる

## ③指導観

事象を関数 $y = ax^2$ という式で表すことで表やグラフを描くことができ、数量の変化や知見を視覚的にとらえることができる。関数を表やグラフで表すことを通して、問題解決ができるようにする。

## 3. 単元の目標

事象の中から二つの数量を取り出し、式や表、グラフに表すことができる。二つの数量の値の変化や対応を求めることができる。関数 $y = ax^2$ を利用することができる。

### (関心・意欲・態度)

- ・二つの数量の関数関係に関心を持つ
- ・関数 $y = ax^2$ の定義域と値域を理解しようとする
- ・関数 $y = ax^2$ の利用に興味を持つ

### (数学的な見方・考え方)

- ・二つの数量のうち一つの値が決まると、もう一つの値がただ一つ決まる関数の考え方ができる
- ・定義域の端と値域の端が一致しない考えを持つ

### (技能)

- ・事象の中から関数関係にある二つの数量を取り出すことができる
- ・関数 $y = ax^2$ を式や表、グラフに表すことができる
- ・定義域から値域を求めることができる
- ・最大値と最小値を求めることができる
- ・変化の割合を求めることができる
- ・関数 $y = ax^2$ を利用することができる

### (知識・理解)

- ・関数の定義を理解する
- ・関数 $y = ax^2$ の定義域と値域を理解する

#### 4. 学習指導計画

第1次	2乗に比例する関数	(1時間)
第2次	関数 $y = ax^2$ のグラフ	(1時間)
第3次	関数 $y = ax^2$ の値の変化	(2時間)
第4次	関数 $y = ax^2$ の利用	(3時間)
第5次	いろいろな関数	(1時間)
第6次	放物線と直線の交点の座標	(2時間)

#### 5. 本時の展開(第3次 関数 $y = ax^2$ の値の変化 第1時/2時間)

##### (1)本時の目標

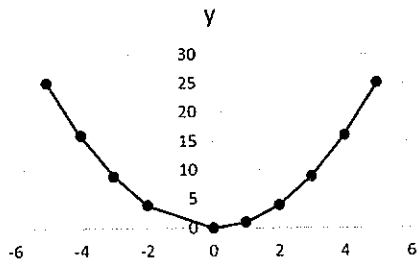
与えられた関数 $y = ax^2$ の定義域から最大値と最小値、値域を求めることができる。

##### (2)本時の学習過程

	生徒の学習活動	指導上の留意点
導入	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数<math>y = x^2</math>のグラフをもとに、関数のとる値のうち最も大きい値を最大値、最も小さい値を最小値ということ学ぶ</li> <li>定義域によって関数の最大値と最小値、値域がどうなるか疑問を持つ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数のとる値は<math>x</math>ではなく<math>y</math></li> <li></li> </ul>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;">                     発問：関数<math>y = 2x^2</math>において定義域が<math>-4 \leq x \leq -1</math>、<math>-2 \leq x \leq 2</math>、<math>1 \leq x \leq 5</math>のとき最大値と最小値、値域はどうなるだろう                 </div>		

展開

・関数 $y = 2x^2$ のグラフを描く



・定義域が $-4 \leq x \leq -1$ 、 $-2 \leq x \leq 2$ 、 $1 \leq x \leq 5$  のときのグラフを色ペンで表す

・表したグラフから最大値と最小値、値域を導く

・定義域に $x = 0$ が含まれないとき、1次関数と同じように定義域の端と値域の端は一致するが、 $x = 0$ を含むとき一致しないことを着目する

・よって

定義域が $-4 \leq x \leq -1$  のとき

最大値：32、最小値：2

値域： $2 \leq y \leq 32$

定義域が $-2 \leq x \leq 2$  のとき

最大値：8、最小値：0

値域： $0 \leq y \leq 8$

定義域が $1 \leq x \leq 5$  のとき

最大値：50、最小値：2

値域： $2 \leq y \leq 50$

・プリントで演習

・具体的なグラフを用いて数量の変化をとらえやすくする

・それぞれの定義域における値域を視覚的にとらえる

・

・定義域に $x = 0$ が含まれるとき、 $a > 0$  ならば $x = 0$  のとき最小値  
 $a < 0$  ならば $x = 0$  のとき最大値

・関数 $y = 2x^2$ に代入して計算

まとめ	・関数 $y = ax^2$ では定義域の端と値域の端が必ずしも一致するとは限らない	本時の学習をまとめる
-----	--	------------