数学Ⅰ　研究授業　指導案

日時　平成 30 年　6 月 21 日（木）6 限目
学級　1 年 5 組（42 人）
科目　数学Ⅰ
教科書　高等学校　数学Ⅰ（数研出版）
①単元名　データの分析（分散と標準偏差）

②本単元について

□教材観

データの傾向を数学的に考察し説明できるようにするために、データを整理することの利点を認識し、データを度数分布表やヒストグラムを用いて表すことができる。

データ全体の特徴を適当な 1 つの数値で表すことの有用性を認識し、平均値、中央値、最頻値についてそれぞれ理解する。

平均値は同じでも散らばり方が全く異なる分布があることを示し、散らばり具合を表す指標の必要性を理解する。そのために、範囲、四分位数、四分位範囲、四分位偏差を理解し、箱ひげ図を用いてデータの分布を視覚的にとらえることができる。

平均値の周りにおけるデータの値全体の散らばりの度合いを表す方法として、分散と標準偏差を理解し、求めることができる。

□生徒観

本単元は、中学校で触れている部分が多いので、生徒の理解が早いことが予想される。また、身近な例を挙げることで授業意欲が高まることが考えられる。

1 年 5 組は 42 人である。部活している生徒が多く、明るく元気なのでコミュニケーションがとりやすい。授業終わりでも積極的に質問に来る生徒がいる。家庭学習する習慣がついている生徒が多くいるが、習慣がついていない生徒も少なからずいるので、自分の経験を話すことで気持ちの変化を生み出すことが今後の課題である。

□指導観

教科書の例をもとに中学校で学んだ部分を復習しながら説明していく。そして、4STEP を中心に青チャートと大学の入試問題を交えながら解いてもらい、生徒が考える時間・話し合う時間を多くとる。そして、生徒に積極的に解説を交えて答えてもらう。

生徒の興味を惹くために、身近な事例を挙げて説明することで理解しやすくする。

③単元の目標

四分位範囲、四分位偏差、分散、標準偏差、相関係数などの意味を理解し、データの傾向を数学的に考察し説明できるようにする。その際に、箱ひげ図や散布図を描けるようにする。

（関心・意欲・態度）

統計の基本的な考え方に関心や興味を持ち、それらを用いて、データの傾向を数学的に考察し説明できるようにする。

（数学的な見方や考え方）

四分位範囲、四分位偏差、分散、標準偏差などの意味を理解し、それらを用いて、データの傾向を的確にとらえることができる。また、説明することができる。

身近な事例を数学的に考察することを通して、数学の有用性や効率性について考察することができる。

（技能）

箱ひげ図や散布図を描いたり、相関係数を計算することで2つの統計量の傾向を的確にとらえることができる。また、説明することができる。

（知識・理解）

中学校では、度数の分布、資料の比較、資料の代表値、近似値と有効数字について学び理解している。高校では中学校よりも複数のデータについて比較したり、データの傾向を数学的に考察し理解している。

④学習指導計画

1.データの整理	(1時間)
2.データの代表値	(1時間)
3.データの散らばりと四分位範囲	(2時間)
4.分散と標準偏差	(1時間)
5.データの相関	(2時間)

⑤本時の学習

4.分散と標準偏差　第1時/1時間

□本時の目標

データ全体の平均値からの散らばりの度合いを、1つの値で表すことができるようになる。また、分散、標準偏差の意味を理解し、違いとデータの散らばり度合いを説明できるようになる。

□本時の展開

	生徒の学習内容	指導上の留意点
導入 (12 分)	・初めに前回の授業で何をしたか聞く。 ＜分散と標準偏差＞ ・偏差、分散の意味や公式を説明する。(5 分) 偏差：$x_1-\bar{x}, x_2-\bar{x}, \cdots, x_n-\bar{x}$ 分散：$S^2=\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}$ ・上の分散の式を変形させて、もう 1 つの式を導く。(3 分) 分散：$S^2=\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}=\cdots=\overline{x^2}-(\bar{x})^2$ 分散＝(x^2のデータの平均値)－(x のデータの平均値)^2	・1 分程度。 ・分散は統計学で最も重要な統計量の 1 つであり、数学 B で登場するので、確実に計算できるように指導する。 ・分散の式で絶対値にしない理由は、絶対値は文字が出てくると場合分けしないといけなくなり、計算が複雑になるからである。 ・偏差の平均値は常に 0 なので、データの散らばりの度合いを表せない。この計算は各自でさせて確認してもらう。(1 分) ・よって、偏差の 2 乗の平均値を考える。 ・分散の式変形は、生徒に計算させて導かせる。(2 分) その際に、$\overline{x^2}$はx^2のデータの平均値で、$(\bar{x})^2$は x のデータの平均値の 2 乗だという違いを指導する。
展開 (33 分)	・例として、2 つのデータ A,B からそれぞれ平均と分散を求めて、その値から散らばりの度合いを比較する。(5 分) ・分散と標準偏差の違いについて説明する。その際に、標準偏差の公式を説明する。(3 分) 標準偏差：$S=\sqrt{S^2}=\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\}$	・例より、分散は値が大きいほど散らばりが大きく、値が小さいほど散らばりが小さい。 ・変量と分散は単位が異なるので、単位を変量と同じに戻すときに 2 乗にルートを付ける。それを標準偏差という。 ・分散と標準偏差は単位が違うので、変量と単位の同じ標準偏差が散らばりの度合いを表す量として用いられることが多い。

		・例より、標準偏差も値が大きいほど散らばりが大きく、値が小さいほど散らばりが小さい。
	・（予備知識）平均値と標準偏差がわかれば偏差値が求められる。（3 分） 偏差値：$T_n = 10\frac{x_n - \bar{x}}{s} + 50$	・偏差値の求め方を知っているか生徒に聞いてみる。 ・例を用いて、平均点の人は偏差値 50。ただし、正規分布に従った場合である。 ・標準偏差は偏差値を約 10 上げるのに必要な点数を表している。 ・目安として、偏差値 60 で上位約 15%、偏差値 25～75 の間に全体の 99%が入る。 ・模試が返ってきたら、そこにも注目して見とくように伝える。
	・問 1 として、分散と標準偏差を求めて、データの散らばりの度合いを確認する問題を解いてもらう。（5 分） 問 1）次のデータは、ある 5 人について、反復横跳びが何回できたかを記録したものである。 32　45　29　38　41　（単位は回） （1）～（3）に答えよ。	・問 1 は易しい問題にする。 ・先生が黒板に書いて解説をする。（3 分）
	・問 2、問 3 として、大学の入試問題を解いてもらう。（5 分） 問 2）m を整数とする。次の 4 個の値 −2、1、2、m の標準偏差が 5/2 となるような m の値を求めよ。	・問 2、問 3 は難易度を上げた問題にする。 ・隣同士でペアワークをさせて、生徒に答えてもらう。（5 分） ・先生が付け加えで説明する。（4 分）
	問 3）生徒 8 人の小テストの得点が次のようになった。 6　5　7　5　10　8　a　b このテストの平均が 7 で分散が 3 のとき、a、b を求めよ。ただし、a≦b とする。	・問 2 は大阪薬科大の問題である。 ・問 3 は神戸薬科大の問題である。

まとめ （5分）	・本日のまとめとして、分散と標準偏差の求め方、データの散らばりの度合いを説明ができるようになったかの確認をする。 ・次回は、データの散らばりと四分位範囲について学習する。 ・余った時間は 4STEP を解いてもらう。	・数学Bの「確率分布と統計的な推測」で登場するから、しっかり復習するように伝える。 ・正規分布は平均値を中心にして左右対称。分散（標準偏差）が大きくなると、曲線の山は低くなり、左右に広がって平らになる。逆も言える。 ・（正規分布）一般常識として、標準偏差σと確率の関係。平均±1σ内に収まる確率は 68%、平均±2σ内に収まる確率は 95%、平均±3σ内に収まる確率は 99.7%で、95%と 99.7%は信頼区間（信頼度）である。 ・（正規分布）偏差値と確率の関係。偏差値 40～60 に収まる確率は 68%、偏差値 30～70 に収まる確率は 95%、偏差値 20～80 に収まる確率は 99.7%。 ・大事なのは平均だけではなく、分散や標準偏差によって散らばりの度合いを確認することができること。分散によって、データの信頼性が変わってくる。実際に、高校で学んだことが、大学の講義や研究で活かされているし、今後も必要となってくるので、今のうちにしっかり学んでおくことを伝える。