

# 数学科（数学Ⅱ）学習指導案

指導教諭 印  
実習生 印

1. 日時 平成30年9月13日（木）第2限
2. 場所 第2学年6組教室
3. 学年・組 第2学年6組（男子25名 女子16名 計41名）
4. 教材 東京書籍 数学Ⅱ
5. 単元名 5章 2節 導関数の応用

## 6. 単元の目標

- ・直線の方程式と微分係数の図形的意味から、接線の方程式の求め方を理解する。
- ・導関数の性質を理解し、関数の増減や極大・極小を調べ、グラフを描けるようにする。
- ・増減表を用いて、関数の最大値・最小値を求めたり、方程式・不等式の問題への応用を理解する。

## 7. 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
導関数の性質に関心を持ち、グラフの作図や最大値・最小値、方程式・不等式の問題について、導関数を積極的に活用しようとする。	導関数の性質から、関数の増減や極大・極小などを考察する。 方程式・不等式の問題について、グラフの作図により、図形的に考察する。	微分係数の考えを用いて、接線の方程式を求めることができる。 導関数を計算して、増減表を作成し、グラフを描くことができる。	導関数の符号と関数の増減との関係を理解している。 極値の求め方や、3次関数のグラフの描き方を理解している。

## 8. 単元について

### (1) 教材観

微分積分学は物理学、化学、生物学、経済学などの様々な分野で応用されている。様々な分野で応用されるということは、それだけ重要かつ基本的であるわけだが、微分積分は数学の鬼門で、この分野が原因で数学に対して苦手意識を持ったという生徒も少なくない。そこで生徒が興味・関心を持ち、主体的に学ぶことができるように、様々な分野とのつながりを意識させるような事例、話題、素材を

用いながら学習させたい。本単元では、導関数の性質から、接線の方程式や関数の増減を調べたり、グラフの作図、またそれらを方程式・不等式の問題に応用するというのが学習内容である。

## (2) 生徒観

第2学年6組は理系クラスではあるが、数学に対して苦手意識を持っている生徒も少なくない。一方で、このクラスは活発な生徒が多く、学校行事や学習に関してクラス全員で積極的・協力的に取り組んでいる。このことに鑑み、発問を多く取り入れた授業を展開することに心がけたい。

## (3) 指導観

本単元はセンター試験や個別学力試験に必ず出題される単元であり、非常に重要な内容である。今までは主に導関数の計算方法を学んできたが、この単元からは導関数を求めることで、接線の方程式や関数の増減、グラフの作図などの応用につなげていく。この分野の特徴として、解答の自由度が低く、ある程度パターン化されているという点が挙げられるが、理論となる部分に重点を置き、発展的な問題にも対応できるよう指導していきたい。

## 9. 単元の指導計画

### 2節 導関数の応用 (計7時間)

1) 接線	2時間	(本時はこの2時間目)
2) 関数の増減と極大・極小	2時間	
3) 関数の最大・最小	1時間	
4) 方程式・不等式への応用	2時間	

## 10. 本時の目標

自分で接点を設定して、曲線外の点から引いた接線の方程式の求め方を理解する。

## 11. 学習の過程

指導のねらい	学習活動 ○指導・発問など ●予想される生徒の反応	指導上の留意点・評価
導入 (10分)	○前回の復習を行う。 ○接線の方程式を確認する。	・以下はノートに写さなくてよい。
	$y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式は $y - f(a) = f'(a)(x - a)$	
	○接線の方程式の求め方を確認する。 $f(x) = x^2 + 4$ 上の $(1, 5)$ における接線の方程式は？	
	○導関数の計算を生徒に答えさせる。 ●導関数の計算方法は理解していると予想される。	

○曲線外の点から引いた接線の方程式を求める。

例題 1

A(3, -4) から  $y = x^2 - 3x$  へ引いた接線の方程式は？

○簡単にグラフを描くことにより、接線が何本引けるか、生徒に答えさせる。

●2次関数のグラフが描けない。

○接点の座標がわからないので、自分で接点を設定する必要があることに気付かせる。

★point

〔自分で接点を設定する!!〕

<略解>

接点を  $P(a, a^2 - 3a)$  とおく。

$y' = 2x - 3$  より、接線の傾きは  $2a - 3$  であるから、P における接線の方程式は

$$y = (2a - 3)x - a^2$$

これが (3, -4) を通るので、

$$-4 = 3(2a - 3) - a^2$$

$$\Leftrightarrow a = 1, 5$$

よって、求める接線の方程式は

$$y = -x - 1, \quad y = 7x - 25$$

○問 3 は生徒の演習問題とする。

問 3

A(-1, -7) から  $y = x^2 + 1$  へ引いた接線の方程式は？

<略解>

接点を  $P(a, a^2 + 1)$  とおく。

$y' = 2x$  より、接線の傾きは  $2a$  であるから、P における接線の方程式は

$$y = 2ax - a^2 + 1$$

これが (-1, -7) を通るので、

$$-7 = -2a - a^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow a = 2, -4$$

よって、求める接線の方程式は

$$y = 4x - 3, \quad y = -8x - 15$$

・例題 1 の解法を前で解説する。

○y 座標がどのように表されるか、生徒に答えさせる。

・周りの生徒と相談しながら考えることや生徒同士で教え合いをすることを認める。

・机間巡視を行い、わからない生徒には個別指導を行う。

・生徒が解き終わると、前で解説する。

●接線の傾きを  $2x$  のまま、計算してしまう。

展開 (35分)

接点を自分で設定することにより、曲線外の点から引いた接線の方程式を求めることができる。

【数学的な技能】

○別解を紹介する。

<略解>

求める接線の方程式は、 $(-1, -7)$ を通るから、傾きを  $m$  とすると、

$$y = mx + m - 7$$

とおける。これと  $y = x^2 + 1$  から  $y$  を消去すると、

$$x^2 - mx - m + 8 = 0$$

$D = m^2 + 4m - 32 = 0$  を解くと、

$$m = 4, -8$$

よって、求める接線の方程式は

$$y = 4x - 3, \quad y = -8x - 15$$

・必ずしもノートに写す必要はないが、数学では様々な視点を持つことが大切なので、しっかりと聞くように伝える。

○「接する  $\Leftrightarrow D = 0$ 」を生徒に答えさせる。

○ハイスコープ数学II+Bのp.87の406を解くように指示する。

406

$y = x^3 + ax + 6$  が  $y = 9x - 10$  に接するときの  $a$  の値は？

・生徒が解き終わると、前で解説する。

●自分で接点を設定する必要があることに気付かない。

<略解>

接点を  $P(t, t^3 + at + 6)$  とおく。

$y' = 3x^2 + a$  より、接線の傾きは  $3t^2 + a$  であるから、

$P$  における接線の方程式は

$$y = (3t^2 + a)x - 2t^3 + 6$$

これが  $y = 9x - 10$  となるので、

$$\begin{cases} 3t^2 + a = 9 \\ -2t^3 + 6 = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t = 2, a = -3$$

●接点の座標を  $a$  を用いて表してしまおう。

自分で接点を設定する必要性を理解している。

【知識・理解】

まとめ (5分)

・接点の座標がわからなければ、自分で接点を設定する必要があることを再確認する。

・次回の予告を行う。