

# 数学科研究授業学習指導案

指導日時・教室 平成30年6月13日(水) 第2校時(9:45~10:35)

対象生徒・集団 国際教養科 1年8組 40人

科目名 数学I

教科書 数学I Advanced(東京書籍)

## 1. 単元名 第2章 集合と論証 第2節 命題と論証 1. 命題と条件

### 2. 本単元について

#### (1) 教材観

集合は、従前では、「数学A」で扱った内容である。集合及び命題について学習することにより、数学的表現の基礎を身に付け、数学の内容をより深く厳密に扱うことができるようになる。また、数学の諸概念を多面的・統合的にみることにもつながる。このように、集合及び命題について学習することは、高等学校数学の基礎的な知識や技能を身に付けることになる。

また、命題については、集合の包含関係と関連付けて理解できるようにする。例えば、「 $x > 2$ ならば $x > 0$ である。」について、数の集合 $A = \{x | x > 2\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ を考え、 $A \subset B$ であることを数直線を利用して理解させ、命題の真偽を扱うことなどが考えられる。必要条件、十分条件や対偶の指導に当たっても、図表示による集合の包含関係と関連付けるなどして、直観的に理解させる。命題の証明もこの単元では扱う。証明法として、対偶を利用した証明や背理法による証明などの考え方が理解できる力を養う。

#### (2) 生徒観

「 $p \Rightarrow q$ 」が真であるとき、 $p$ は $q$ であるための十分条件であり、「 $p \Leftarrow q$ 」が真であるとき、 $p$ は $q$ であるための必要条件であることを理解している。「 $p \Leftrightarrow q$ 」が成り立つとき、 $p$ は $q$ であるための必要十分条件であることを理解しているが、 $p$ は $q$ であるための必要十分条件といえる条件 $p, q$ の具体例を学習していない。

#### (3) 指導観

集合の包含関係といった抽象的な概念を取り扱うことが多いので、具体的な例での指導を心掛ける。

対偶を利用する証明や背理法による証明などの間接証明法は、その考え方を理解させるように丁寧に指導をする。

### 3. 単元の目標

ある命題について、集合の包含関係や仮定の変数の値を結論の変数に代入する技能

の習熟を図り、対偶を利用する証明や背理法による証明などの間接証明法を解くことができる。

#### 4. 単元の目標・評価規準

(関心・意欲・態度)

集合と命題の考え方に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に活用して数学的な考え方に基づいて判断しようとする。

(数学的な技能)

集合と命題において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。

(数学的な見方や考え方)

集合と命題において、事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学の見方や考え方を身に付けている。

(知識・理解)

集合と命題の基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、基礎的な知識を身に付けている。

#### 5. 学習指導計画

第1次	命題と条件	(4時間)
第2次	論証	(5時間)

#### 6. 本時の学習 (第1次 命題と条件 第3時/4時間)

##### (1) 本時の目標

2つの条件  $p, q$  について  $p$  は  $q$  であるための「必要条件であるが、十分条件でない」、「十分条件であるが、必要条件でない」、「必要十分条件である」、「必要条件でも十分条件でもない」という判断ができる。

##### (2) 準備・資料等 プリント2枚

##### (3) 本時の学習過程

	生徒の学習活動	指導上の留意点
導入 5分	<p>前回、渡したプリントを机に出す。</p> <p>命題「<math>p \Rightarrow q</math>」が真であるとき、<math>p</math> は <math>q</math> であるための十分条件であり、「<math>p \Leftarrow q</math>」が</p>	<p>持ってきていない生徒には、p.1 のプリントを配布する。</p> <p>前回、学習をした部分を復習するために発問する。 (「<math>p \Rightarrow q</math>」が真であると</p>

	<p>真であるとき、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要条件であり、「<math>p \Leftrightarrow q</math>」が真であるとき、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要十分条件であることを確認する。</p>	<p>き、<math>p</math>は<math>q</math>であるための十分条件であり、「<math>p \Leftarrow q</math>」が真であるとき、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要条件であり、「<math>p \Leftrightarrow q</math>」が真であるとき、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要十分条件である。)</p>
<p>展開</p> <p>条件 <math>p</math> は条件 <math>q</math> であるための必要十分条件に対して説明する際の実例</p> <p>5分</p> <p>問5</p> <p>28分</p>	<p>本時の目標を知る。</p> <p>p.1のプリント</p> <p>[例7]</p> <p>「<math>p \Rightarrow q</math>」は真と判断し、<math>p</math>は<math>q</math>であるための十分条件であることを理解する。</p> <p>「<math>p \Leftarrow q</math>」の場合も同様に考察すると、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要条件であることを理解する。</p> <p>よって、<math>p</math>は<math>q</math>であるための必要十分条件であるといえることを理解する。</p> <p>p.2のプリントを配布される。</p> <p>問5 (1) の解説を聞く</p> <p>8分</p>	<p>「<math>p \Rightarrow q</math>」について、条件 <math>p</math> は具体的にどのような三角形なのかを発問する。</p> <p>同様に「<math>p \Leftarrow q</math>」について、条件 <math>q</math> は具体的にどのような三角形なのかを発問する。</p> <p>何を条件とするのかを伝える。</p> <p>集合の包含関係を利用して解く方法と仮定の変数の値を結論の変数に代入して、仮定と結論が成り立っているかを確認する解法の2つを紹介する。</p> <p>覚え方として</p>

	<p>問5 (2)(3)(4)を解く。 10分</p> <p>問5の解説を聞く。 10分</p>	<p>「発車十分前に帰ってくる必要がある」というものがあることを説明する。</p> <p>机間巡視をし、手が止まっている生徒に対して、解法となる糸口を伝える。</p> <p>(2)(3)(4)ともに「<math>p \Rightarrow q</math>」, 「<math>p \Leftarrow q</math>」の真偽を発問し、<math>p</math>は<math>q</math>であるための十分条件なのか、必要条件なのか、必要十分条件なのか、必要条件でも十分条件でもないのかを発問する。</p> <p>(2) 説明する際に、仮定の変数の値を結論の変数の値に代入をして、式が成り立っているかをチェックすることを伝える。</p> <p>(3) 具体的な符号を用いて説明する。</p> <p>(4) 仮定で述べている具体的な四角形の形を板書し、その四角形は結論が述べていることはすべて当てはまるのかをチェックすることを伝える。</p> <p>発問に対して間違った解答が出</p>
--	--	--

<p>[条件の否定とド・モルガンの法則] 5分</p>	<p>教科書 p.61 を見る。</p> <p>条件を <math>p</math> と表すとき、「<math>p</math> でない」ものを <math>p</math> の否定といい、<math>\bar{p}</math> と表すことを理解する。</p>	<p>てきた場合、解答と異なった生徒に発問をする。</p> <p>これからは、プリントを使用しないので、板書する場合は、ノートを用いることを伝える。</p> <p>今まで、条件 <math>p</math> を満たすもの全体の集合を <math>P</math> と表していた。数学 A において、<math>P</math> の補集合は <math>\bar{P}</math> としていた。つまり、<math>P</math> の補集合 <math>\bar{P}</math> は「<math>p</math> でない」という条件、つまり <math>\bar{p}</math> という条件を満たすもの全体の集合といえることを伝える。</p> <p>条件 <math>p</math> について、条件 <math>\bar{p}</math> を述べることができる式的具体例として例 8 を用いる。</p>
<p>[例 8] 5分</p>	<p>[例 8] 条件「<math>x = 2</math>」の否定は「<math>x \neq 2</math>」または、「<math>x &gt; 2, x &lt; 2</math>」であることを理解する。</p> <p>条件「<math>x &gt; 1</math>」の否定は「<math>x \leq 1</math>」であることを理解する。</p>	<p>条件 <math>p</math> を満たすもの全体の集合 <math>P</math> として考えると、条件 <math>p</math> の否定を満たすもの全体の集合を <math>\bar{P}</math> として考えると容易に述べることを伝える。</p> <p>条件 <math>p</math> の否定は不等号を逆にするだけではないことを注意する。</p>

		問6を宿題として提示する。
まとめ 2分	様々な命題において、条件 $p$ は、十分条件であったり、必要条件であったり、必要十分条件であったり、十分条件でも必要十分条件でもなかったりすることを確認する。	

2節 命題と論証 必要条件と十分条件 (教 P.60)

1年 ( ) 組 ( ) 番 名前 ( )

[必要条件と十分条件]

命題「 $p \Rightarrow q$ 」を考えたときに、

[例6]  $p: x=2$ ,  $q: x^2=4$ について、 $p$ は $q$ であるための\_\_\_\_\_である。

[例7]  $p: \triangle ABC$ は長さの等しい3辺をもつ  
 $q: \triangle ABC$ は大きさの等しい3つの内角をもつについて  
 $p$ は $q$ であるための\_\_\_\_\_である。

2節 命題と論証 必要条件と十分条件 (教 P.60)

1年 ( ) 組 ( ) 番 名前 ( )

[問 5]  $x$  は実数であり、 $m, n$  は整数とする次の \_\_\_\_\_ の中に、  
「必要条件であるが、十分条件ではない」、「十分条件であるが、必要条件ではない」、  
「必要十分条件である」、「必要条件でもなく、十分条件でもない」のうち  
適切なものを入れよ。

(1)  $x < 3$  は  $-1 < x < 2$  であるための \_\_\_\_\_

(2)  $x = 6$  は  $x^2 = 36$  であるための \_\_\_\_\_

(3)  $m, n$  が同符号であることは  $mn$  が正であるための \_\_\_\_\_

(4) 四角形  $F$  の内角の大きさがすべて等しいことは、  
辺の長さがすべて等しいための \_\_\_\_\_